ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 MARS 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les transformations des domaines cerclés bornés.* Note de MM. ÉLIE et HENRI CARTAN.

1. Rappelons que, dans l'espace de deux variables complexes x et y, un domaine D est dit *cerclé* s'il contient l'origine ($x=y=0$) à son intérieur, et s'il admet les transformations

$$(1)\qquad x'=xe^{i\theta},\qquad y'=ye^{i\theta}\qquad (\theta \text{ réel quelconque}).$$

L'origine est le *centre* du domaine.

On sait [1] que toute transformation analytique [2] qui laisse fixe l'origine et transforme un domaine cerclé borné en un domaine cerclé est nécessairement *linéaire*. Aussi dirons-nous que deux domaines cerclés sont *équivalents* si l'on peut les transformer l'un dans l'autre par une transformation linéaire homogène portant sur les variables complexes x et y.

Pour déterminer la forme la plus générale d'une correspondance analytique entre deux domaines cerclés bornés [3], dans le cas où les centres des

---

(1) HENRI CARTAN, *Les fonctions de deux variables complexes et le problème de la représentation analytique* (*Journal de Math.*, 9e série, 10, 1931, p. 1-114; Chap. II, théorème VI). Voir aussi *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 718.

(2) Il s'agit de transformations de la forme

$$x'=f(x,y),\qquad y'=g(x,y),$$

f et g étant des fonctions holomorphes des variables complexes x et y.

(3) Si deux domaines cerclés sont en correspondance analytique, et si l'un d'eux est borné, l'autre est aussi borné (voir le Mémoire cité, Chap. II, § 6).

domaines ne sont pas homologues, il suffit pratiquement de résoudre le problème suivant :

Problème. — Déterminer *toutes* les transformations analytiques biunivoques d'un domaine cerclé borné D en lui-même.

M. Thullen [1] a déjà résolu ce problème dans le cas particulier des domaines de Reinhardt [2], c'est-à-dire des domaines qui admettent les transformations

$$x' = x\, e^{i\theta}, \qquad y' = y\, e^{i\varphi} \qquad (\theta \text{ et } \varphi \text{ réels quelconques}).$$

2. Nous avons résolu le problème posé et avons établi les théorèmes qui vont suivre.

a désignant un nombre réel quelconque compris entre 0 et 1 ($a \neq 1$), désignons par Δ_a le domaine cerclé constitué par l'ensemble des points x, y en lesquels sont simultanément vérifiées les inégalités suivantes :

$$(\Delta_a) \qquad |x| < 1, \qquad |y| < 1, \qquad \left| \frac{y - x}{1 - \bar{x} y} \right| < a \quad [3].$$

Géométriquement, Δ_a se compose des points x, y tels que la distance non euclidienne de x et y, dans le cercle unité, soit inférieure à un nombre donné.

Théorème I. — *Si un domaine cerclé borné D n'est pas équivalent à un domaine de Reinhardt, et s'il admet au moins une transformation en lui-même, dans laquelle le centre n'est pas fixe, il est équivalent à un domaine* Δ_a.

Théorème II. — *Les transformations d'un domaine* Δ_a *en lui-même sont les*

---

(1) *Zu den Abbildungen durch analytische Funktionen*, etc. (*Math. Annalen*, **104**, 1931, p. 244-259).

(2) Voici le résultat obtenu par M. Thullen. Si un domaine de Reinhardt borné admet au moins une transformation en lui-même, dans laquelle le centre n'est pas fixe, il a l'une des trois formes suivantes :

$$A|x|^2 + B|y|^\alpha < 1,$$
$$A|x|^\alpha + B|y|^2 < 1,$$
$$|x| < A, \quad |y| < B$$
$$(A > 0, \quad B > 0, \quad \alpha > 0).$$

On connaît d'ailleurs toutes les transformations analytiques qui laissent invariants ces domaines.

(3) Suivant l'usage, $\bar{y}$ désigne la quantité conjuguée de y.

suivantes :

$$x' = e^{i\theta}\frac{x+t}{1+\bar{t}x}, \qquad y' = e^{i\theta}\frac{y+t}{1+\bar{t}y},$$

et

$$x' = e^{i\theta}\frac{y+t}{1+\bar{t}y}, \qquad y' = e^{i\theta}\frac{x+t}{1+\bar{t}x}$$

θ *désignant un nombre réel quelconque, et t un nombre complexe arbitraire de module inférieur à un.*

Les transformations précédentes conservent tous les domaines Δ_a, et aussi le dicylindre

$$|x| < 1, \qquad |y| < 1,$$

qui correspondrait au cas $a = 1$.

Deux domaines Δ_a et Δ_b $(a \neq b)$ ne peuvent pas être mis en correspondance analytique.

3. Appelons (Γ) la classe des domaines cerclés suivants :

$$\text{(I)} \qquad |x|^2 + |y|^\alpha < 1 \qquad (\alpha > 0),$$

$$\text{(II)} \qquad |x| < 1, \qquad |y| < 1, \qquad \left|\frac{x-y}{1-\bar{y}x}\right| < a \qquad (0 < a \leqq 1),$$

et de leurs transformés par une substitution linéaire homogène arbitraire.

Des théorèmes précédents et des résultats de M. Thullen on déduit les propositions suivantes :

Théorème III. — *Soit D un domaine cerclé borné qui n'appartient pas à la classe (Γ). Toute transformation analytique, qui transforme D en un domaine cerclé D', laisse fixe l'origine, et, par suite, est linéaire.*

Théorème IV. — *Soit D un domaine quelconque de la classe (Γ). Si D est en correspondance analytique avec un domaine cerclé D', il existe une transformation de D en lui-même, amenant au centre de D l'homologue du centre de D'; D et D' sont donc équivalents.*

4. Voici le principe de la démonstration des théorèmes I et II. Partons de la proposition suivante [1] : « Si un domaine cerclé borné D n'est pas équivalent à un domaine de Reinhardt, les seules transformations de D en lui-même, qui laissent fixe le centre, sont les substitutions (1), éventuellement combinées avec un groupe de substitutions linéaires *en nombre fini.* »

Cela posé, supposons donné un domaine cerclé borné D qui ne soit pas

---

(1) Voir le Mémoire déjà cité (Chap. IV, § 7, théorème XXVIII).

équivalent à un domaine de Reinhardt, et admettons l'existence d'une transformation S de D en lui-même, qui ne laisse pas fixe le centre. Considérons le plus petit groupe G contenant les substitutions (1) et les transformées de ces substitutions par S. Le groupe G sera le plus petit groupe de Lie contenant deux transformations infinitésimales données, dont l'une est

$$(2) \qquad ix\frac{\partial f}{\partial x} + iy\frac{\partial f}{\partial y},$$

et dont l'autre, de forme inconnue, ne laisse pas fixe l'origine. Mais nous savons que G est un sous-groupe du groupe de toutes les transformations de D en lui-même; G doit donc satisfaire aux deux conditions supplémentaires suivantes :

1° Toute transformation infinitésimale laissant fixe l'origine est identique à (2);

2° Il existe un domaine borné, invariant par G.

Or, les méthodes classiques de Lie permettent de déterminer tous les groupes qui satisfont aux conditions précédentes. Ils se ramènent, en effectuant au besoin une transformation linéaire sur x et y, à deux types G_1 et G_2

$$(G_1) \qquad x' = e^{i\theta}\frac{x+t}{1+\bar{t}x}, \qquad y' = ye^{i\theta}\frac{1-t\bar{t}}{(1+\bar{t}x)^2},$$

$$(G_2) \qquad x' = e^{i\theta}\frac{x+t}{1+\bar{t}x}, \qquad y' = e^{i\theta}\frac{y+t}{1+\bar{t}y} \qquad (\theta \text{ réel}, |t| < 1).$$

Les domaines bornés qui restent invariants par G_1 sont des domaines de Reinhardt. Ceux qui restent invariants par G_2 sont, outre le dicylindre, les domaines Δ_a.

THÉRAPEUTIQUE. — *Mode d'action de la malariathérapie.* Note de M. **Paul Vuillemin.**

Parmi les médications récentes, il en est peu qui eurent un succès plus retentissant que la malariathérapie. Le tabes et surtout la paralysie générale étaient considérés comme les formes les plus incurables de l'avarie supprimant chez le patient toute initiative et jusqu'à la conscience de sa responsabilité.

A la suite de l'inoculation de *Laverania vivax*, agent de la fièvre tierce, le malade sort de sa torpeur et peut assez souvent reprendre son rang et ses occupations dans la société.

Cette méthode fut inaugurée en 1917, à Vienne, par Wagner von Jauregg. On savait déjà que le *Treponema pallidum* ne cause pas de fièvre et supporte mal les hautes températures. Legrain (1913) songeait déjà à mettre à profit cette intolérance. Weichbrodt et Johnel (1918) constatent la guérison d'un chancre syphilitique chez le lapin à la suite de l'élévation de la courbe thermique à 42°. Mühlens, de Hambourg (1920), rappelle que, dans les régions tropicales, les accidents secondaires passent généralement inaperçus et que la paralysie générale est rare.

Convaincus que la malariathérapie agit en provoquant la fièvre, que c'est une pyrétothérapie, Plaut et Steiner (1919) emploient le *Borrelia duttoni*, agent de la récurrente à tiques. A. Marie (1925) le trouve supérieur au *Laverania vivax*, Schmidt-Ott (1927) emprunte des agents pyrétogènes aux Trypanosomes des animaux. Ayant reconnu que le *Trypanosoma brucei* donne la fièvre au lapin, il l'inocule dans un chancre syphilitique de cet animal et en amène le ramollissement, puis la stérilité qui, toutefois, ne s'étend pas aux ganglions. Le *Tr. equiperdum* de la dourine amène des effets analogues. Les essais ne furent pas étendus à l'homme.

On a encore préconisé, dans la paralysie générale, les agents du sodoku, de la fièvre de Malte, du pian.

A Vienne même, berceau de la malariathérapie, W. Saget (1926) obtient d'aussi brillants résultats à l'aide d'un procédé mettant hors de cause l'action de la chaleur. Il inocule le *Treponema pallidum* ayant gardé la vigueur primitive qui cause la syphilis. Il amende la paralysie générale sans allumer la fièvre. Il ne peut être question de pyrétothérapie dans ce cas. L'élévation thermique n'intervient pas davantage dans les autres procédés qui provoquent la fièvre.

Albert Viellard (1931) l'a bien compris. Il imagine une nouvelle théorie aussi incompatible avec les faits. Pour lui la Protozoaire vivant sous forme de mérozoïtes nus, analogues à des plasmodes ou mieux à des amibes, dévore toute granulation très fine existant dans la circulation sanguine; c'est une microzoophagie.

Une telle hypothèse est évidemment inapplicable aux expériences réalisées avec les Spirochètes, les Trypanosomes, les Tréponèmes. Quant aux agents du paludisme, ils ne s'alimentent pas dans le plasma sanguin; ils se nourrissent d'hémoglobine à l'intérieur des globules rouges et, quand ils quittent une hématie usée à la suite de leur partition intraglobulaire, la contractilité de leurs pseudopodes leur sert à attaquer au plus vite un nouveau globule. Supposons, pour entrer dans les vues de l'auteur, que les

mérozoïtes libérés s'attardent à y jouer un rôle épurateur, la paralysie générale ne saurait en être influencée, pour la bonne raison que les *Treponema* ne circulent pas dans le sang.

Dans la paralysie générale, le *Treponema pallidum* n'a plus, comme au stade syphilitique, une vigueur suffisante pour s'attaquer au tissu conjonctivo-vasculaire, il se rattrape sur l'endothélium d'origine épendymaire qui, en s'insinuant dans les anfractuosités du système cérébro-spinal, constitue la névroglie. C'est là son repaire, où les parasites amiboïdes les plus voraces n'iront pas le déranger. Au reste les leucocytes, organes amiboïdes du corps humain, n'englobent pas les *Treponema*; on n'est pas en droit d'attribuer une action de cet ordre aux agents de la malariathérapie.

Faut-il conclure que ce procédé, dont l'efficacité est incontestée, est purement empirique et devons-nous renoncer à lui trouver une base scientifique? Nous n'en sommes pas réduits à cette extrémité. La malariathérapie et ses succédanés efficaces n'influencent pas le parasite; ils réveillent l'activité de l'organisme en substituant à une infection devenue torpide une infection vive. Les agents utiles ont une propriété commune : ce sont des antigènes dont le principe actif est une protéine. On leur substituera avec avantage des protéines naturelles ou synthétiques dont la formule et le mode d'emploi restent à préciser.

En faisant hommage à l'Académie du sixième élément paru (Tome troisième) de sa *Description géométrique détaillée des Alpes françaises*, M. **Paul Helbronner** s'exprime en ces termes :

Lors de la présentation, dans la séance du 23 juin 1930, du précédent volume paru (Tome second), je signalais que si cette publication pouvait se poursuivre à une cadence relativement aussi rapide, c'est que j'avais mené l'exécution d'une grande partie des calculs concurremment à la réalisation, depuis leur début, des observations sur le terrain.

Le présent élément vient encore bénéficier de cette ancienne et longue méthode. La région qui s'y trouve en effet décrite est comprise entre les cours de l'Arve et de l'Isère et limitée à l'Est par la frontière italienne, et les résultats proviennent principalement, à quelques exceptions près, de mes campagnes des années 1912 et 1913. Un millier de tours d'horizon géodésiques y sont donnés en suivant le même mode de classement et d'appréciation de la précision que pour les précédents. Ils sont accompagnés de 20 tours ou fractions de tours d'horizon photographiques dont la plupart

mesurent de $1^m,50$ à $2^m,30$ de développement. Toutefois l'un des ensembles reproduits dans ce volume présente une longueur quelque peu inusitée, ayant trait à un panorama téléphotographique que j'ai eu la chance de pouvoir exécuter, sans solution de continuité par la juxtaposition de 27 clichés dont la série des tirages s'étend sur 6^m de longueur, traduisant la partie orientale du demi-tour d'horizon du Charvin, sommet relativement peu élevé (2410^m), mais qui, situé très en avant-garde de l'alignement de la grande chaîne vers l'Ouest donne des perspectives très étendues.

L'ensemble de la publication, comporte dans son état actuel six éléments parus : les Tomes I, II, III, VIII et IX et l'album annexe du Tome II. D'autre part sont à l'impression les Tomes IV et V (Massifs des Bauges, de la Grande Chartreuse, d'Allevard, des Grandes Rousses et des Arvés), pour paraître vraisemblablement avant la fin de l'année 1931.

La rédaction des Tomes VI et VII, décrivant les grands massifs de la Maurienne et de la Tarentaise, est en cours tandis que s'achèvent les tout derniers calculs relatifs aux puissants massifs de l'Oisans (Pelvoux-Ecrins) dans le Dauphiné et qui doivent faire l'objet du Tome X.

L'album annexe de ce Tome X donnant le tour d'horizon du sommet du Pelvoux en 6^m de longueur, que je dessinai et peignis à l'aquarelle, il y a une trentaine d'années, est prêt à être exécuté en couleur avec sa légende détaillée. Seuls les calculs des deux derniers tomes, XI (Massifs du bassin du Guil et du bassin de l'Ubaye), et XII (Alpes Maritimes avec les Tables générales), demanderont encore un certain temps.

Mais autant qu'il est permis de faire des prévisions plusieurs années d'avance il ne me semble pas trop audacieux, à moins que quelque grave événement ne vienne m'arrêter, d'espérer l'achèvement complet de la publication pour le début de l'année 1936, heureux à cette occasion de rendre justice à la collaboration dévouée de la maison Gauthier-Villars et de son personnel.

M. Antoine Thomas fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *L'anc. franc.* pichar *et l'étimolojie du franc*, cloporte, *réponse à une qestion.*

NOMINATIONS.

M. **P. Painlevé** est désigné pour représenter l'Académie à la *Commission française de Coopération intellectuelle*.

MM. **G. Ferrié**, **C. Gutton**; **P. Brenot**, **R. Bureau**, **R. Jouaust**, **L. Jullien**, **M. Latour**, **P. Le Corbeiller**, **P. Lejay**, **R. Mesny**, **E. Picault** sont délégués à l'Assemblée générale de l'*Union radioscientifique internationale* qui se tiendra à Copenhague à partir du 27 mai 1931.

CORRESPONDANCE.

L'**Académie d'Athènes** adresse l'expression de ses condoléances à l'occasion du décès de M. *P. Termier*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Introduction à la Géométrie projective différentielle des surfaces*, par Guido Fubini et Eduard Čech. (Présenté par M. E. Cartan).

2° *Le Glycogène dans le développement des tumeurs des tissus normaux et des êtres organisés. Physiologie normale et pathologique*, par A. Brault. (Présenté par M. Ch. Achard.)

ALGÈBRE. — *Sur les zéros des polynomes.* Note de M. **J. Favard**, présentée par M. Hadamard.

Soit une suite de constantes c_0, c_1, ..., c_n, ... ($c_0 > 0$) et un polynome

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_k x^k$$

dont les coefficients sont réels et satisfont à la relation

$$(1) \qquad c_0 a_0 + c_1 a_1 + \ldots + c_k a_k = 0.$$

J'ai démontré que, pour que tout polynome $f(x)$ satisfaisant à (1) ait au moins une racine réelle, il est nécessaire et suffisant que le problème des moments

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^n \, d\Psi = c_n \qquad (n = 0, 1, \ldots) \; (\Psi \text{ non décroissante})$$

ait au moins une solution.

En utilisant un résultat de M. J. Chokhate [1], on peut dire que :

La condition nécessaire et suffisante pour que tout polynome $f(x)$ satisfaisant à la condition (1) ait au moins une racine réelle comprise entre a et b ($-\infty \leqq a < b \leqq +\infty$) est que le problème des moments

$$\int_{a}^{b} x^n \, d\Psi = c_n \qquad (n = 0, 1, \ldots)$$

ait au moins une solution.

Laissant de côté le cas particulier où la fonction Ψ n'aurait qu'un nombre fini de points de croissance, nous désignerons par $\Phi_n(x)$ le polynome de Tchebichef de degré n de la fonction Ψ et par $x_1, x_2, \ldots, x_n$ les racines de ce polynome ($x_1 < x_2 < \ldots < x_n$).

Les polynomes dont nous nous occupons sont ceux pour lesquels

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \, d\Psi = 0.$$

On démontre alors les résultats suivants :

1° Tout polynome $f(x)$, satisfaisant à la condition précédente et dont le degré ne dépasse pas $2n - 1$, a au moins une racine ξ telle que $x_1 \leqq \xi \leqq x_n$ et cette limitation est la meilleure possible.

2° Si n est pair ($n = 2k$), les polynomes $f(x)$ de degré pair, ne dépassant pas $2n$, ont au moins une racine extérieure à l'intervalle (x_i, x_{i+1}) quel que soit i, pourvu, naturellement, que $1 \leqq i \leqq n - 1$.

Les résultats précédents donnent, comme cas particulier, un résultat de M. Paul Montel complété par M. Tchakaloff [2] sur le théorème des

---

(1) J. Chokhate, *Sur les quadratures mécaniques et sur les zéros des polynomes de Tchebichef dans un intervalle infini* (*Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 597).

(2) Paul Montel, *Sur quelques conséquences du théorème de Rolle* (*Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 511), et *Sur les zéros des dérivées des fonctions analytiques* (*Bull. de la Soc. math. de France*, **48**, 1930, p. 106). — L. Tchakaloff, *Sur le théorème des accroissements finis* (*Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 32).

accroissements finis, c'est-à-dire sur les zéros des polynomes tels que

$$\int_{-1}^{+1} f(x)\,dx = 0.$$

Relativement à ces polynomes, on obtient également le résultat suivant (traduction de la proposition 2° dans un cas particulier) : un polynome $f(x)$ de degré pair, satisfaisant à la condition précédente, et dont le degré ne dépasse pas $4k$, a au moins un zéro réel dont le module n'est pas dépassé par le module commun des deux zéros du polynome de Legendre de degré $2k$ qui ont le module le plus petit, et cette limitation est la meilleure possible.

Comme application des résultats précédents je signalerai encore le résultat suivant : un polynome trigonométrique de la forme

$$a_1 \cos\delta + a^2 \cos 2\delta + \ldots + a_{2n-1} \cos(2n-1)\delta$$

a au moins un zéro dans l'intervalle $\left(\frac{\pi}{2n}, \pi - \frac{\pi}{2n}\right)$.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Généralisations d'un théorème de M. E. Slutsky*. Note de M. V. **Romanovsky**, présentée par M. Émile Borel.

M. E. Slutsky a publié (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 169) un théorème (théorème B de sa Note) qui donne un procédé pour construire des séries des quantités aléatoires obéissant à la loi sinusoïdale limite. Ce procédé consiste dans l'application répétée de la sommation glissante par deux des membres d'une série des quantités aléatoires indépendantes suivie par les différentiations finies. La généralisation du théorème B qui fait le but de cette Note consiste dans l'extension du résultat de M. E. Slutsky au cas de la sommation glissante par un nombre quelconque s.

Soit $\ldots x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \ldots$ une série des quantités aléatoires telles que

$$Ex_i = 0, \qquad Ex_i^2 = \sigma_x^2 = \text{const.}, \qquad Ex_i x_{i+k} = 0 \qquad (k \gtrless 0).$$

La sommation glissante par s répétée n fois nous donne

$$x_i^{(1)} = x_i + x_{i-1} + \ldots + x_{i-s+1}, \qquad x_i^{(2)} = x_i^{(1)} + x_{i-1}^{(1)} + \ldots + x_{i-s+1}^{(1)}, \qquad \ldots,$$
$$y_i = x_i^{(n)} = x_i^{(n-1)} + x_{i-1}^{(n-1)} + \ldots + x_{i-s+1}^{(n-1)}$$

et la différentiation finie de l'ordre m de y_i donne

$$z_i = \Delta^m y_i = \sum_{h=0}^{m} (-1)^h C_m^h y_{i+m-h}.$$

THÉORÈME. — *Si n et m croissent indéfiniment et de sorte que $\frac{m}{n} \to \alpha \neq 1$, la série (z) : ... z_{i-1}, z_i, z_{i+1}, ... obéit à la loi sinusoïdale limite quel que soit $s \geqq 2$.*

En effet on trouve d'abord

$$(1) \qquad z_i = \sum_{h=0}^{\mu} L_h^{(m,n)} x_{i-h} \qquad [\mu = m + n(s-1)],$$

où $L_h^{(m,n)}$ sont définis par le développement

$$(2) \qquad (1-x)^{m-n}(1-x^s)^n = \sum_{h=0}^{\mu} L_h^{(m,n)} x^h.$$

A l'aide de (1) on obtient ensuite

$$E z_i^2 = \sigma_x^2 \sum_{h=0}^{\mu} (L_h^{(m,n)})^2, \qquad E z_i z_{i+k} = \sigma_x^2 \sum_{h=0}^{\mu-k} L_h^{(m,n)} L_{h+k}^{(m,n)}.$$

Mais la relation (2) permet de vérifier que

$$\sum_{h=0}^{\mu} (L_h^{(m,n)})^2 = L_\mu^{(2m,2n)}, \qquad \sum_{h=0}^{\mu-k} L_h^{(m,n)} L_{h+k}^{(m,n)} = L_{\mu+k}^{(2m,2n)};$$

donc on aura pour le coefficient de corrélation $r_k^{(m,n)}$ de z_i et z_{i+k}

$$(3) \qquad r_k^{(m,n)} = \frac{L_{\mu+k}^{(2m,2n)}}{L_\mu^{(2m,2n)}}.$$

Maintenant, en examinant attentivement la démonstration du théorème A de la Note citée de M. E. Slutsky, on s'assurera que la série (z) obéit à la loi sinusoïdale limite à une période finie si $\lim r_1^{(m,n)} = R < 1$ et $\lim r_2^{(m,n)} = R_2 = 2R_1^2 - 1$, la loi sinusoïdale dégénérant en la loi oscillante $z_{i+h} = (-1)^h z_i$ si $R_1 = -R_2 = 1$. En effet, en retenant les notations de M. E. Slutsky, on aura dans ces conditions

$$\lim \rho_1 = -1, \qquad \lim E\beta_{i+2} = 2 - 4R_2^1 + 2R_2 = 0$$

et la période L de la loi sinusoïdale sera définie par l'équation

$$\cos\frac{2\pi}{L}=r_1^{(m,n)}<1,$$

donc sera finie. Pour $R_1=-1$, $R_2=1$, la loi limite satisfera l'équation $\Delta^2 z_i=-4z_{i+1}$ et sera de la forme $z_{i+h}=(-1)^h z_i$.

Ensuite, en s'aidant de la relation presque évidente $L_{h+1}^{(m+1,n)}=L_{h+1}^{(m,n)}-L_h^{(m,n)}$, on établit que $1-r_2^{(m,n)}=2(1-r_1^{(m,n)}),(1+r_1^{(m+1,n)})$, d'où l'on voit que si R_1 existe, R_2 existe aussi et $=2R_1^2-1$. Par conséquent, la série (z) obéit à la loi sinusoïdale limite, y compris la loi oscillante comme cas de dégénérescence, quand R_1 existe et $\neq+1$.

En s'appuyant maintenant sur la formule

$$L_{\mu+k}^{(2m,2n)}=\frac{1}{2\pi i}\int_{|x|=1}(1-x)^{2m-2n}(1-x^s)^{2n}x^{-\mu-k-1}\,dx,$$

on trouve par les transformations simples

$$L_{\mu+k}^{(2m,2n)}=(-1)^m\frac{2^{2m+1}}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{2m-2n}t\sin^{2n}st\cos 2kt\,dt,$$

d'où

$$r_1^{(m,n)}=\frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{2m-2n}t\sin^{2n}st\cos 2t\,dt}{\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{2m-2n}t\sin^{2n}st\,dt}.$$

En appliquant aux intégrales de cette égalité la méthode connue de Laplace pour évaluation des intégrales dépendant de très grands nombres, on trouve sans grande difficulté que

$$(4)\qquad R_1=\cos 2\theta,$$

θ étant la valeur de t qui donne le maximum maximorum de

$$h(t)=\log[\sin^{2(\alpha-1)}t\sin^2 st]$$

dans l'intervalle $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ et satisfait à l'équation

$$(5)\qquad h'(t)=2\left[(\alpha-1)\frac{\cos t}{\sin t}+s\frac{\cos st}{\sin st}\right]$$

$$=\frac{2}{z}\left[\alpha-1+s\frac{1-C_s^2z^2+C_s^4z^4-\ldots}{C_s^1-C_s^3z^2+C_s^5z^4-\ldots}\right]=0\qquad(z=\operatorname{tang}t).$$

En inspectant l'allure des courbes $y = \log \sin^{2(\alpha-1)} t$ et $y = \log \sin^2 st$ dans $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ on s'assure que cette valeur θ existe toujours et $\neq 0$ si $\alpha \neq 1$ quel que soit $s \geqq 2$. Pour $\alpha < 1$ et ε quelconque, θ est contenue dans l'intervalle $\left(0, \frac{\pi}{2s}\right)$ et correspond à la plus petite racine de (5); pour $\alpha > 1$ et s pair, θ se trouve dans l'intervalle $\left[\frac{(s-1)\pi}{2s}, \frac{\pi}{2}\right]$ et correspond à la plus grande racine de l'équation (5); pour $\alpha > 1$ et s impair, $\theta = \frac{\pi}{2}$; donc $R_1 = -1$, $R_2 = 1$ et la loi sinusoïdale dégénère : nous avons dans ce cas la loi oscillante limite.

On pourrait compléter le théorème démontré par considération du cas $\alpha = 1$, mais sa discussion est un peu longue et nous l'omettons ici.

Nous remarquerons encore que le schéma stocastique qui est à la base de la série (z) n'est autre chose qu'une chaîne simple de Markoff, ce qui ouvre une voie plus générale pour l'étude des séries obéissant à la loi sinusoïdale limite.

GÉOMÉTRIE. — *Sur quelques théorèmes relatifs aux variétés non holonomes et aux systèmes de formes de Pfaff.* Note [1] de M. G. **Vranceanu**, présentée par M. Élie Cartan.

Étant données n formes de Pfaff indépendantes $ds_1, ds_2, \ldots, ds_n$ dans n variables $x^1, x^2, \ldots, x^n$

$$ds_a = \sum_{i}^{n} \lambda_{a|i}\, dx^i \qquad \left(dx^i = \sum_{a}^{n} \lambda_a^i\, ds_a\right),$$

je rappelle qu'on peut définir une variété non holonome V_n^m [2], comme la variété ayant ses propriétés invariantes par rapport au groupe de transformations de formes de Pfaff

$$(1) \qquad \begin{cases} d\bar{s}_h = \sum_{k}^{m} e_h^k\, ds_k, \\ d\bar{s}_{h'} = \sum_{k'}^{n} \lambda_{h'}^{k'}\, ds_{k'}, \end{cases}$$

$$(m < n;\ h = 1, 2, \ldots, m;\ h' = m+1, \ldots, n),$$

---

[1] Séance du 16 mars 1931.

[2] Voir mon Mémoire, *Studio geometrico dei sistemi anolonomi* (*Annali di Matematica*, 4e série, 6, 1929, p. 9.

où les fonctions c_h des x sont les éléments d'un déterminant orthogonal et les $e_{h'}^{k}$ sont des fonctions quelconques des x, à déterminant différent de zéro. Comme invariants principaux du groupe (1), nous avons évidemment la forme quadratique

$$ds^2 = ds_1^2 + ds_2^2 + \ldots + ds_m^2, \tag{2}$$

appelée aussi la métrique de la V_n^m, et le système de Pfaff formé par les $n-m$ équations

$$ds_{h'} = 0 \qquad (h' = m+1, \ldots, n), \tag{3}$$

appelées aussi équations de non-holonomie de la variété V_n^m.

Il s'agit de faire voir ici, en premier lieu, que le nombre minimum de variables qu'on peut laisser figurer dans un de ces invariants est en relation avec les trois tenseurs du troisième ordre de la V_n^m.

Il est bien connu que le nombre minimum de variables qu'on peut laisser figurer dans les équatioms (3) est égal au nombre d'équations indépendantes du système caractéristique [1], qui s'obtient, comme on peut le vérifier facilement, en associant aux équations (3) les équations suivantes :

$$\sum_{1}^{m}{}_{e} \omega_{ke}^{h'} ds_e = 0 \qquad (k \leq m) \qquad \left[\omega_{bd}^{a} = \sum_{1}^{n}{}_{i,j} \left(\frac{\partial \lambda_{a|i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \lambda_{a|j}}{\partial x^i} \right) \lambda_b^i \lambda_d^j \right], \tag{3}$$

où les $\omega_{ke}^{h'}$ sont précisément les composantes du tenseur d'intégrabilité des équations de non-holonomie.

Cela dit, nous avons le théorème suivant :

Le nombre minimum de variables, qu'on peut laisser figurer dans la métrique (2) de la V_n^m, est égal au nombre des équations indépendantes du système complètement intégrable suivant :

$$ds_h = 0, \qquad \sum_{m+1}^{n}{}_{e'} \omega_{k'e'}^{h} ds_{e'} = 0, \qquad \sum_{m+1}^{n}{}_{e'} (\omega_{ke'}^{h} + \omega_{he'}^{k}) ds_{e'} = 0 \qquad (k' > m,\ h,\ k \leq m), \tag{4}$$

où $\omega_{k'e'}^{h}$ sont les composantes du tenseur d'intégrabilité des premières équations (4) et $\omega_{he'}^{h} + \omega_{he'}^{k}$ sont les composantes du tenseur de la seconde forme de la V_n^m. On voit que les premières et secondes équations (4) constituent le système caractéristique des premières équations (4) et, par conséquent, si

[1] Voir Éd. Goursat, *Leçons sur le problème de Pfaff*, p. 268 (Hermann, Paris, 1922).

la V_n^m est totalement géodésique $(\omega_{he'}^{h} + \omega_{he'}^{k} = 0)$, on peut laisser figurer dans la métrique (2) le même nombre de variables que dans le système $ds_1 = \ldots = ds_m = 0$. Si ce système est complètement intégrable, ce nombre minimum est égal à m, et nous avons ainsi une généralisation du théorème de Hadamard-Bompiani relatif à une famille de variétés totalement géodésiques.

Le théorème peut aussi s'énoncer : Étant données m formes de Pfaff ds_1, ds_2, ..., ds_m, qui sont déterminées abstraction faite d'une transformation orthogonale à coefficients dépendant des x, le nombre minimum de variables qu'on peut laisser figurer dans ces formes est égal au nombre des équations indépendantes du système (4).

Le théorème peut être étendu à un système quelconque de formes de Pfaff. *Si nous avons m formes de Pfaff* $ds_1, ds_2, \ldots, ds_m$, *le nombre minimum de variables, qu'on peut laisser figurer dans ces formes, est égal au nombre d'équations indépendantes du système complètement intégrable*

$$(5) \qquad ds_h = 0, \qquad \sum_{m+1}^{n} {}_{e'} \omega_{k'e}^{h} ds_{e'} = 0, \qquad \sum_{m+1}^{n} {}_{e'} \omega_{ke'}^{h} ds_{e'} = 0.$$

Il existe des relations étroites entre le nombre minimum de variables des invariants (2) et (3), et le nombre maximum de paramètres du groupe d'applicabilité de la V_n^m, mais nous nous limitons à donner ici le théorème suivant : *Si nous avons une* V_n^2 $(n \geqq 4)$, *et si le système* (3) *de* $n - 2$ *équations dans n variables est un système spécial* [1], et n'a aucune combinaison intégrable, la V_n^2 ne peut avoir au maximum qu'un groupe simplement transitif d'applicabilité. Ce théorème peut avoir des applications en Mécanique, au cas des mouvements de roulement, sans glissement d'une courbe sur une surface, car les conditions de non-glissement, forment en ce cas un système spécial de deux équations dans quatre variables, sans aucune combinaison intégrable. De même les conditions de non-glissement et de non-pivotement forment aussi un système spécial de trois équations dans cinq variables sous combinaison intégrable, sauf le cas où il est complètement intégrable, ce qui arrive seulement si la courbe est une *ligne droite*.

Nous avons aussi le théorème : *Si l'on considère une* V_5^3, *où le système* (3) *de deux équations est de classe cinq sans aucune combinaison intégrable, elle peut avoir au maximum un groupe transitif à six paramètres.*

---

(1) Voir E. GOURSAT, déjà cité, p. 326.

De même *si les équations de non-holonomie d'une* V_n^m *n'ont aucune combinaison intégrable, le groupe d'applicabilité de la variété est toujours fini et peut avoir au maximum* $n + \frac{m(m-1)}{2}$ *paramètres.*

THÉORIE DES GROUPES. — *Groupes topologiques, groupes fuchsiens, groupes libres.* Note de MM. **Chevalley** et **Herbrand**, présentée par M. J. Hadamard.

Nous voudrions montrer, dans cette Note, comment certains théorèmes sur les groupes infinis dénombrables peuvent être démontrés d'une manière très simple et quasi intuitive par des considérations empruntées à la Théorie des surfaces de Riemann, ou, ce qui revient au même, des groupes fuchsiens.

1. Soit donc une riemannienne r (multiplicité bidimensionnelle orientable); une riemannienne R est dite de recouvrement sur r, si, à chaque point A de r, on peut faire correspondre un ensemble fini ou dénombrable de points de R qui se déplacent chacun d'une manière continue avec A ([1]). Le nombre de ces points est dit le « degré » de R par rapport à r. Si, quand A tend vers B, plusieurs des points correspondants tendent vers un même point de R, ce point est dit un « point de ramification » de R.

Partons d'un point O de r, et décrivons un circuit revenant en O; au retour, les points correspondants de R auront subi une permutation; ces permutations forment, on le voit sans peine, un groupe indépendant du point initial O; c'est le groupe topologique (ou de monodromie) de R par rapport à r. On peut développer alors une théorie analogue à celle de Galois, les mots « surface de recouvrement » et « groupe topologique » remplaçant les mots « extension algébrique » et « groupe de Galois ». En particulier (comparez Reidemeister, *Göttinger Nachrichten*, 1928, p. 72 et 73) :

R *étant une riemannienne de recouvrement de* r, *de groupe* G, *les riemanniennes* ρ *de recouvrement sur* r, *telles que* R *soit de recouvrement sur* ρ, *correspondent biunivoquement aux sous-groupes* g *de* G, *la correspondance étant réalisée par le fait que* g *est le groupe de* R *par rapport à* ρ. *L'indice de* g (*fini ou infini*) *est égal au degré de* ρ *par rapport à* r.

Remarquons que, si à un point de r correspondent des points de ramification de ρ, il y correspond aussi sûrement des points de ramification de R.

([1]) Voir pour ces notions : Kœbe, *Acta math.*, 50, 1927, p. 119 et suiv., et Poincaré, *Acta math.*, 31, 1908, p. 19 et suiv.

Nous supposerons désormais que ρ est de degré fini sur r, et que r (ainsi donc que ρ) est une surface de Riemann algébrique ordinaire. R et ρ peuvent alors être représentées, comme on sait, comme formées de feuillets identiques à r, empilés les uns sur les autres, et réunis par des coupures convenables. Soit W le nombre des points de ramification de ρ par rapport à r, en comptant $j - 1$ fois un point d'ordre j. Dans ce qui suit, ce nombre sera toujours fini, parce que les points de ramification de R correspondront à un nombre fini de points de r. Soient p le genre de r, P celui de ρ. On a

$$(1) \qquad 2(P-1) = W + 2n(p-1).$$

C'est la généralisation d'une formule connue de Riemann (Picard, *Traité d'Analyse*, 2e édition, 2, Chap. XIII, § 19), et on l'en déduit sans difficulté.

2. Prenons d'abord pour R la surface de recouvrement maximum non ramifiée sur r; elle est caractérisée par le fait qu'elle est non ramifiée sur r et simplement connexe. La théorie des rétrosections sur une surface de Riemann algébrique nous montre que le groupe de R est engendré par $2p$ générateurs $A_1, A_2, \ldots, A_p, B_1, B_2, \ldots, B_p$, entre lesquels existe la seule relation

$$A_1B_1A_1^{-1}B_1^{-1}A_2B_2A_2^{-1}B_2^{-1}\ldots A_pB_pA_p^{-1}B_p^{-1} = 1.$$

Nous appellerons un tel groupe, un groupe *quasi libre* d'espèce p.

A un sous-groupe g d'indice fini n d'un tel groupe va correspondre une riemannienne ρ de genre P ; R est non ramifiée sur ρ et simplement connexe. g, groupe de R par rapport à ρ, est donc quasi libre d'espèce P. D'ailleurs $W = 0$. D'où [d'après la formule (1)] le

Théorème 1. — *Tout sous-groupe d'indice fini n d'un groupe quasi libre d'espèce p est quasi libre d'espèce* $n(p-1)+1$.

3. Soient r' la surface obtenue en enlevant de r les points $M_1, M_2, \ldots, M_{q+1}$; R la plus grande surface de recouvrement de r' non ramifiée sur r'. Comme précédemment, elle est caractérisée par le fait qu'elle est simplement connexe; on voit comme plus haut que G est ici engendré par $2p+q+1$ générateurs $A_1, A_2, \ldots, A_p; B_1, B_2, \ldots, B_p; C_1, C_2, \ldots, C_{q+1}$, entre lesquels existe la seule relation

$$C_1C_2\ldots C_{q+1}A_1B_1A_1^{-1}B_1^{-1}\ldots A_pB_pA_p^{-1}B_p^{-1} = 1.$$

G est donc un groupe libre [1] à $2p+q$ générateurs. Supposons main-

[1] Un groupe libre est un groupe engendré par des générateurs entre lesquels il n'y a aucune relation.

tenant $p=0$; soit g un sous-groupe d'indice n de G; il correspond à une riemannienne ρ'. On voit immédiatement qu'en ajoutant à ρ' les points correspondant aux points M_i, ρ' se transforme en une riemannienne ρ de recouvrement de r; soit P son genre. Soit K le nombre des points de ρ correspondant aux points M_i; R est non ramifié sur ρ' et simplement connexe, son groupe g par rapport à ρ' est donc libre avec $2P+K-1$ générateurs. Un point M_i correspond à k_i points, de ramification ou non, de ρ, d'ordres α_{i1}; α_{i2}, ..., α_{ik_i}($\alpha_{ij}=1$ pour un point non de ramification) de somme n; donc $W=\Sigma(\alpha_{ij}-1)=n(q+1)-K$; on a P par la formule (1), d'où le

THÉORÈME 2. — *Tout sous-groupe d'indice fini n d'un groupe libre à q générateurs est un groupe libre à $Q=n(q-1)+1$ générateurs* (¹).

Les groupes fuchsiens donnent une démonstration différente en apparence, très simple et très intuitive. Un groupe libre G à q générateurs est isomorphe à un groupe fuchsien dont le polygone fondamental a $q+1$ sommets, tous sur le cercle fondamental. Si g est un sous-groupe d'indice fini n, il est isomorphe à un groupe fuchsien dont le polygone fondamental s'obtient en réunissant n des polygones précédents (on le voit de la manière la plus simple, en imaginant l'intérieur du cercle fondamental appliqué sur R, de manière que chaque feuillet s'applique sur un polygone : à r' correspond un polygone, à ρ' un ensemble de n polygones contigus). On obtient ainsi un nouveau polygone de $q+1+(n-1)(q-1)=Q+1$ sommets, tous sur le cercle fondamental (car, si l'on ajoute les polygones les uns après les autres, chaque polygone a deux sommets en commun exactement avec l'ensemble des précédents). On retrouve bien un groupe libre à Q générateurs.

4. Les méthodes précédentes peuvent s'étendre aux sous-groupes d'indice infini, et sont susceptibles de bien d'autres applications; citons encore le

THÉORÈME 3. — *Tout sous-groupe d'indice fini d'un groupe fuchsien de première espèce, c'est-à-dire d'un groupe engendré par les générateurs C_1, C_2, ..., C_q, A_1, ..., A_p, B_1, ..., B_p, entre lesquels existent les seules relations*

$$C_i^{n_i}=1 \quad (i=1, 2, \ldots, q), \qquad C_1C_2\ldots C_qA_1B_1A_1B_1^{-1}\ldots A_pB_pA_p^{-1}B_p^{-1}=1,$$

est un groupe fuchsien de première espèce.

(¹) Théorème déjà démontré par SCHREIER, *Hamb. Abh.*, 5, 1927, p. 161 et suiv. Voir aussi NIELSEN, *Matem. Tidsskrift*, B, 1921, p. 77 et suiv.; LEVI, *Math. Zeitsch.*, 32, 1930, p. 315, et HUREWICZ, *Hamb. Abh.*, 8, 1931, p. 307, qui ne donnent pas le nombre de générateurs du sous-groupe.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les suites de fonctions parfaitement additives d'ensembles abstraits.* Note de M. **Otton Nikodym**, présentée par M. Émile Borel.

Soit donnée une variété abstraite et non vide 1 dont les éléments sont de nature quelconque. Appelons *corps d'ensembles* (relativement à 1) toute classe K non vide de sous-ensembles de 1, jouissant des propriétés suivantes :

1° Si $E \in K$, on a $1 - E \in K$;

2° Si tous les éléments d'une suite infinie $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$, appartiennent à K, il en est de même pour leur somme.

Par une *fonction d'ensembles* de K nous entendrons toute fonction $f(E)$ dont les valeurs sont des nombres réels et qui est définie pour tout $E \in K$. La fonction $f(E)$ s'appelle *parfaitement additive*, si

$$f(E_1) + f(E_2) + \ldots = f(E_1 + E_2 + \ldots),$$

quelle que soit la suite infinie d'ensembles $E_1, E_2, \ldots$ disjoints du corps K.

Nous ne parlerons que des suites infinies

$$f_1(E), \quad f_2(E), \quad \ldots, \quad f_n(E), \quad \ldots$$

de fonctions parfaitement additives d'ensembles d'un corps K fixe, mais arbitraire d'ailleurs.

Or, en ce qui concerne de telles suites, on peut démontrer les deux théorèmes suivants :

I. Si, quel que soit $E \in K$, il existe un nombre M_E (qui peut dépendre de E), tel que

$$|f_n(E)| < M_E, \quad \text{pour tout } n = 1, 2, \ldots,$$

il existe un nombre $M > 0$, tel que

$$|f_n(E)| < M, \quad \text{pour tout } n \text{ et tout } E \in K.$$

II. Si la suite $\{f_n(E)\}$ de fonctions parfaitement additives est convergente pour tout $E \in K$, la limite

$$f(E) = \lim_{n \to \infty} f_n(E)$$

est aussi une fonction parfaitement additive de K.

La démonstration du théorème II s'appuie sur le théorème I.

ÉLASTICITÉ. — *Représentation, en grandeur et en direction, des efforts intérieurs dans le cas des problèmes d'élasticité plane.* Note de M. **Tesar**, présentée par M. Mesnager.

L'objet de la présente Note est d'exposer une méthode pour représenter les efforts intérieurs dans l'équilibre en élasticité plane par deux figures constituées par deux systèmes de courbes orthogonales.

Supposons connues les tensions principales ν_1 et ν_2 le long d'une série de courbes isostatiques. Pour arriver à représenter les efforts intérieurs, il suffit de juxtaposer à la figure des courbes isostatiques une autre figure, dessinée à *l'échelle de forces*, et donnant une *représentation vectorielle des efforts normaux aux courbes isostatiques*. A chaque élément infiniment petit ds_1 ou ds_2 d'une courbe isostatique correspond dans la figure des forces un vecteur $d\sigma_1$, ou $d\sigma_2$ orienté normalement à ds_1 ou ds_2, représentant une force infiniment petite, égale au produit de l'élément par la tension principale normale

$$d\sigma_1 = \nu_2\, ds_1 \quad \text{ou} \quad d\sigma_2 = \nu_2\, ds_2.$$

On établit ainsi facilement la figure des forces en s'aidant des règles bien connues de la statique graphique, concernant les polygones dynamiques ou polygones des forces. En effet les courbes de la figure des forces correspondant aux courbes isostatiques ne sont que les polygones dynamiques des efforts normaux aux sections isostatiques.

La figure des forces est une représentation conforme de la solution du problème : à chaque point de la figure des isostatiques correspond sans ambiguïté un seul point dans la figure des forces. A chaque section ds, en général inclinée par rapport aux courbes isostatiques, correspond dans la figure des forces un élément dynamique $d\sigma$ dont la direction est en général inclinée par rapport à la normale de la section ds.

Si l'on désigne par φ l'angle avec les isostatiques, la contrainte normale, ou tension ν, satisfait à la relation

$$\nu = \frac{d\sigma}{ds} \cos\varphi.$$

On obtient d'une façon analogue la contrainte tangentielle ou cisaillement τ, sur la même section ds

$$\tau = \frac{d\sigma}{ds} \sin\varphi.$$

Les courbes isostatiques seules peuvent être représentées dans la figure des forces par de semblables figures dynamiques, que nous appellerons *dynamiques-isostatiques*. Les tangentes à ces courbes sont toujours parallèles aux normales des courbes isostatiques aux points correspondants.

On trouve facilement une relation simple entre les rayons de courbure des isostatiques et des dynamiques-isostatiques : *le rayon courbure r'_1 ou r'_2 d'une dynamique-isostatique est égal au produit du rayon de courbure r_1 ou r_2 de l'isostatique par la tension principale ν_1 ou ν_2 normale à cette dernière courbe au point correspondant :*

$$r'_1 = r_1 \nu_1 \quad \text{et} \quad r'_2 = r_2 \nu_2.$$

La figure des forces est aussi une représentation des paramètres différentiels du premier ordre et des premières dérivées de la fonction F d'Airy, dont la définition est

$$F = \int\int \nu_y \, dx \, dx = \int\int \nu_x \, dy \, dy = -\int\int \tau \, dx \, dy.$$

En résumé, la méthode exposée est une représentation des solutions des problèmes d'élasticité plane par deux systèmes conjugués de coordonnées curvilignes orthogonales, les isostatiques d'une part, et les dynamiques-isostatiques d'autre part. Elle est particulièrement utile pour mettre en évidence certaines propriétés caractéristiques, qui autrement seraient difficiles à interpréter, ou même resteraient inaperçues.

On arrive ainsi, par exemple, à une représentation graphique très claire de la variation des efforts longitudinaux et transversaux le long des tubes isostatiques du disque circulaire comprimé par des forces opposées (voir Mesnager, *Annales des Ponts et Chaussées*, 4, 1901, p. 168 à 183).

La méthode ci-dessus n'est valable que pour les problèmes d'élasticité plane, où l'on néglige le poids propre; si l'on voulait tenir compte de ce poids propre, le procédé serait moins simple.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la vibration des tiges cylindriques dans l'eau sous l'influence des tourbillons alternés.* Note de MM. **P. Dupin** et **E. Crausse**, présentée par M. L. Lecornu.

Le mode de vibration des tiges cylindriques dans un plan perpendiculaire à la direction de l'écoulement, décrit dans une Note précédente [1], n'est

(1) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 482.

pas le seul possible. Comme l'un de nous l'a signalé, les cylindres peuvent encore vibrer sous l'action des tourbillons alternés dans un plan parallèle à la direction de la vitesse du liquide ([1]).

Nous avons pu étudier ce phénomène sur différents cylindres encastrés à leur base et ayant tous 295^{mm} de hauteur. Nous signalerons tout d'abord que sur des cylindres de laiton d'un diamètre inférieur à 4^{mm}, cette vibration n'est guère visible. Elle est au contraire très nette sur des cylindres de 8 à 10^{mm}. Les méthodes de mesures étaient les mêmes que celles précédemment décrites : détermination stroboscopique directe de la fréquence de la tige et utilisation du fil dans le sillage pour la mesure de celle des tourbillons.

La vibration débute pour une vitesse v_0 (inférieure à la vitesse V_0 marquant le début de la vibration dans un plan perpendiculaire). La période des oscillations est égale à Θ_0, valeur qui correspond à la période des oscillations amorties de la tige écartée de sa position d'équilibre dans de l'eau immobile. L'oscillation de la tige n'apporte aucune perturbation à la fréquence des tourbillons qui reste normale. Il faut atteindre la vitesse pour laquelle la période des tourbillons est égale au *double* de la fréquence de la tige, pour qu'un phénomène d'accrochage (analogue à celui déjà décrit dans l'étude de la vibration dans un plan normal à l'écoulement) se produise. Sur une plage de vitesse assez étendue (de $0^m,80$ à $1^m,15$ pour un cylindre de 8^{mm}) la période des tourbillons reste toujours égale au double de la période des oscillations du cylindre qui d'ailleurs diminue très lentement avec la vitesse. Il y a ensuite décrochage, les tourbillons ne sont plus influencés par le cylindre et reprennent la fréquence qu'ils doivent avoir normalement en l'absence d'oscillations.

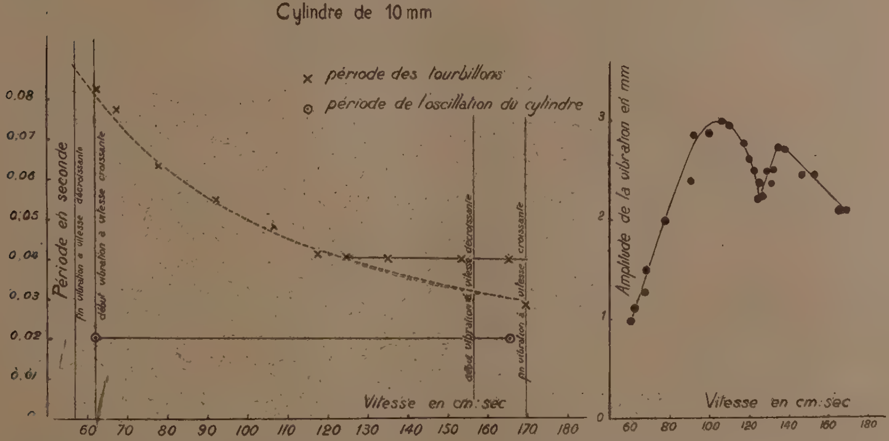
Sur certains cylindres, on constate vers la fin de la vibration, dans un plan parallèle à l'écoulement, l'existence simultanée de la vibration dans un plan perpendiculaire. Il est dans quelques cas (sur le cylindre de 8^{mm} en particulier) possible d'immobiliser l'obstacle entre les deux vibrations. On constate, en effet, que les vitesses entre lesquelles se maintiennent les vibrations diffèrent suivant que l'on opère à vitesse croissante ou décroissante (voir la figure). Si après avoir dépassé la vitesse pour laquelle cesse la vibration dans un plan parallèle on revient en arrière en diminuant la vitesse, la vibration perpendiculaire à l'écoulement, qui comme nous l'avons dit s'était déjà manifestée, s'éteint à son tour et la tige devient immobile.

Malgré cette manœuvre on ne peut obtenir ce résultat pour un cylindre

([1]) P. Dupin, *Thèse* présentée à la Faculté des Sciences de Paris, juin 1930, p. 62.

de 10mm. Sur des cylindres d'un diamètre inférieur à 8mm, les deux vibrations sont au contraire nettement séparées.

L'étude de l'amplitude des oscillations des cylindres permet de constater que cette amplitude passe par un minimum très net au moment de l'accrochage. Pour des cylindres de faible diamètre, ce minimum est quasi nul.



Vibration, dans un plan parallèle à la direction de l'écoulement, d'une tige sous l'influence des tourbillons alternés. La droite parallèle à l'axe des abscisses et d'ordonnée égale à 0,02 correspond à la période du cylindre. La droite parallèle à l'axe des abscisses et d'ordonnée égale à 0,04 correspond à la période des tourbillons après l'accrochage.

Si l'on caractérise les tiges de 295mm de longueur par le rapport $\frac{D}{\Theta_0}$ de leur diamètre à la période initiale des oscillations, on remarque que les vitesses v_0 pour lesquelles débutent les vibrations sont données par la relation

$$v_0 = \frac{1}{0,8}\frac{D}{\Theta_0} \quad \text{si} \quad \frac{D}{\Theta_0} > 30,$$

ce qui montre que dans ce cas, puisque le paramètre de Strouhal est égal à 0,200, la vibration étudiée débute lorsque la période des tourbillons alternés est égale à quatre fois la période propre du cylindre dans l'eau.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Mécanique quantique des chocs de seconde espèce.* Note de M. L. GOLDSTEIN, présentée par M. M. de Broglie.

La précision apportée par Dirac [1] au traitement des problèmes de chocs ou de diffusion de particules (électrons ou photons) permet d'aborder l'étude détaillée du choc dit de seconde espèce. On sait que ce processus correspond au transfert d'énergie électronique d'un atome (ou molécule) à un autre atome, électron ou molécule. La présente Note s'occupe du processus relatif à un atome et un électron sans entrer dans les détails du calcul qui seront réservés pour une publication ultérieure.

Le problème tel qu'il s'énonce en mécanique quantique est le suivant : étant donné un système formé par un électron à l'infini et un atome dans un état stationnaire, le tout caractérisé par une fonction d'onde $(p'\alpha'|)$, où $\vec{p}'$ désigne la quantité de mouvement de l'électron et α' un état stationnaire de l'atome, chercher la configuration de ce système décrit par $(p''\alpha''|)$, celui-ci ayant passé par un état intermédiaire par suite d'un potentiel de couplage V qui s'est créé entre l'atome et l'électron. Dans ce processus on exige la conservation de l'énergie

$$\left|\frac{p''^2}{2m} - \frac{p'^2}{2m}\right| = |H(\alpha'') - H(\alpha')| \tag{1}$$

[$H(\alpha)$ est l'énergie du niveau α].

Dans la théorie générale on ne *spécifie* pas les états stationnaires α'' et α'. Elle s'applique dans les deux cas :

$$H(\alpha'') \gtrless H(\alpha'). \tag{2}$$

La première inégalité correspond au choc d'un électron qui trouvant l'atome dans l'état α' l'*excite* à l'état α'' pendant que lui a changé d'énergie suivant (1).

La théorie, à l'approximation de Born [2], conduit au coefficient de diffusion

$$D_1 = D_{p''\alpha''}^{p'\alpha'} = 4\pi^2 m^2 h^2 \frac{p''}{p'} |(p''\alpha''|V|p'\alpha')|^2 \tag{3}$$

qui détermine le nombre des électrons p'' diffusés autour de ce vecteur, par

---

[1] P.-A.-M. DIRAC, *The principles of Quantum mecanics*, Oxford, 1930.

[2] *Loc. cit.*

unité d'angle solide si le nombre des électrons incidents par unité de temps et de surface est $\frac{p'}{m}$. $(p''\alpha''|V|p'\alpha')$ est l'élément $(p''\alpha'', p'\alpha')$ de la matrice de l'énergie de perturbation due au potentiel de couplage V.

Considérons l'inégalité inférieure, l'état stationnaire final a une énergie inférieure à celle de l'état initial. Le coefficient de diffusion de seconde espèce sera

$$(4)\qquad D_2 = D_{p'\alpha'}^{p''\alpha''} = 4\pi^2 m^2 h^2 \frac{p'}{p''} |(p'\alpha'|V|p''\alpha'')|^2.$$

Si la matrice V est hermitique, ce qui est le cas, on a

$$(5)\qquad \frac{D_2}{D_1} = \frac{p'^2}{p''^2} = \frac{W'}{W''},$$

W étant l'énergie (cinétique) de l'électron. Cette formule est *identique* à celle déduite des considérations thermodynamiques des processus de chocs électroniques. En effet, d'après Klein et Rosseland [1], l'équilibre entre les chocs de deux espèces exige pour le rapport des probabilités respectives

$$(6)\qquad \frac{\mathcal{S}_2(W'')}{\mathcal{S}_1(W')} = \left(\frac{W'}{W''}\right)^{\frac{1}{2}},$$

où $W' > W''$ est l'énergie cinétique susceptible d'exciter. Pour obtenir les coefficients de diffusion on doit tenir compte des *flux* des électrons avant le choc, qui donne

$$(5')\qquad \frac{D_2}{D_1} = \frac{\mathcal{S}_2 p'}{\mathcal{S}_1 p''} = \frac{W'}{W''}.$$

ce qui est identique à une formule de Klein et Rosseland déduite de (6) d'une autre manière. Ceci comme (6) à des constantes près qui interviennent nécessairement dans la déduction statistique. Du même coup il apparaît légitime d'appliquer la distribution maxwellienne des électrons — sur laquelle (6) est fondée — dans le traitement statistique des problèmes de ce genre. Il résulte de ce qui précède que les phénomènes d'excitation de niveaux et de transition non radiante doivent avoir des allures *comparables, en accord avec l'expérience* [2].

Dans le calcul on doit nécessairement tenir compte de l'*échange* entre les

---

(1) O. Klein et S. Rosseland, *Z. Physik*, 4, 1921, p. 46.

(2) G. D. Laytscheff et A. I. Leipunsky, *Ibid.*, 65, 1930, p. 111.

électrons atomiques et l'électron incident. Ceci permet alors, dans le cas d'électrons incidents rapides, malgré le principe de sélection relatif au nombre quantique azimutal, des transitions optiquement interdites.

Dans le cas d'électrons incidents lents on doit, en plus de l'échange, appliquer une méthode de solution directe et non pas de perturbation usuelle qui pourrait conduire à un accord quantitatif avec l'expérience.

En ce qui concerne les processus de chocs entre atomes où il y a transformation de l'énergie de mouvement de *centre de gravité* d'un atome en énergie électronique de l'autre, ou inversement, la connaissance du potentiel de couplage — entre le spectre *continu* de valeurs propres du mouvement de centre de gravité d'un atome avec le spectre *discret* (électronique) de l'autre — résout le problème. Un exemple de ce genre est l'interaction des électrons de conduction avec les ions oscillants dans le réseau métallique qui est un cas particulier du problème précédent.

ÉLECTRICITÉ. — *Appareils de mesures électriques à cadre mobile dans un champ uniforme.* Note de M. G. **Dupouy**, présentée par M. A. Cotton.

Dans les galvanomètres, ampèremètres et voltmètres à cadre mobile actuellement construits, on utilise comme champ magnétique créant le couple directeur un champ magnétique radial. Il en résulte que, dans toute l'étendue de l'échelle, les déviations de l'équipage mobile sont proportionnelles au courant à mesurer.

Les appareils de ce type ne sont pas avantageux dans le cas où on les utilise comme appareils de contrôle au voisinage d'un régime déterminé de fonctionnement. Par exemple un voltmètre destiné à mesurer la tension d'un secteur continu sera surtout intéressant s'il est très sensible dans la région de la graduation correspondant à la tension normale de ce secteur.

On peut, en utilisant un champ magnétique directeur uniforme, obtenir des appareils présentant des régimes très variés de sensibilité; ceci permet, en particulier, d'amplifier ou de resserrer l'échelle dans telle région de la graduation que l'on désire.

Soit $O\mathcal{H}$ la direction des lignes de force du champ dans lequel se déplace le cadre en tournant autour d'un axe perpendiculaire aux lignes de force. Supposons d'abord le cadre abandonné à lui-même dans le champ et non soumis à un couple antagoniste (on imaginera, par exemple, qu'il est sus-

pendu par un fil de cocon); dans ces conditions, le cadre a deux positions d'équilibre à 180° l'une de l'autre où il est normal au champ : la première (position d'équilibre stable) correspond au cas où le flux qui traverse le cadre est maximum; la deuxième (instable), au cas où le flux qui traverse le cadre est minimum.

Si l'on désigne par $\mathcal{H}$ l'intensité du champ magnétique, par i celle du courant traversant le cadre, par θ_0 l'angle formé par le champ et la normale au plan du cadre, avant la rotation de celui-ci, le moment des forces électromagnétiques subies par le cadre lorsqu'il a tourné d'un angle ρ a pour expression

$$\mathcal{H} i S \sin(\theta_0 - \rho)$$

(S est la surface *totale* du cadre supposé infiniment plat).

Dans ces conditions si l'on applique au cadre un couple antagoniste dû à la torsion d'un fil ou à un ressort spiral de constante C par unité d'angle, le cadre prendra une position d'équilibre, après avoir tourné d'un angle ρ tel que

$$\mathcal{H} i S \sin(\theta_0 - \rho) = C\rho. \tag{1}$$

La valeur de la rotation ρ (déviation du cadre) dépend donc essentiellement pour un courant donné de l'angle θ_0 qui caractérise l'orientation initiale du cadre dans le champ.

On peut trouver la valeur de ρ qui correspond à l'équilibre en cherchant par exemple le point d'intersection de la sinusoïde

$$y_1 = \sin(\theta_0 - \rho),$$

avec la droite

$$y_2 = \frac{C}{\mathcal{H} i S}\rho.$$

Sensibilité. — La sensibilité d'un tel instrument est

$$s = \frac{d\rho}{di},$$

ce qui donne dans le cas actuel

$$s = \frac{\sin^2(\theta - \rho)}{\frac{c}{\mathcal{H} S}[\sin(\theta_0 - \rho) + \rho\cos(\theta_0 - \rho)]}. \tag{2}$$

Cette formule montre que la sensibilité varie en fonction de l'angle de déviation et aussi avec la position initiale du cadre dans le champ; en agissant sur ce paramètre on peut à volonté déformer la graduation de l'appareil.

Le résultat du calcul numérique montre que *dans sa région de grande sensibilité cet instrument est environ* 17 *fois plus sensible que l'appareil à champ radial pour lequel le produit* $\mathcal{H}$S *et la constante* C *sont les mêmes.*

A partir d'une certaine valeur du courant, l'appareil dévie brusquement et dès lors toute l'échelle est parcourue par l'aiguille pour une très faible variation de l'effet à mesurer. On peut donc ainsi réaliser des ampèremètres et voltmètres à graduations très espacées dans certaines régions, des relais devant fonctionner à partir d'un régime donné de courant, etc.

On peut, au contraire, en agissant sur θ_0 resserrer beaucoup la graduation en fin d'échelle et faire ainsi des appareils pouvant dévier de façon normale pour des surcharges momentanées très importantes, tout en conservant une excellente sensibilité pour le courant de régime.

Amortissement. — L'amortissement est actuellement réalisé dans beaucoup d'appareils à cadre mobile en freinant l'équipage par l'action du champ sur les courants induits développés dans une bague métallique sur laquelle on bobine le cadre. L'instrument est alors apériodique, même en circuit ouvert.

Si s désigne la surface de la bague, r sa résistance, les oscillations de cette bague (supposées dans le plan du cadre) sont ici représentées par l'équation

$$K\frac{d^2\rho}{dt^2}+\left[A_1+\frac{\mathcal{H}^2 S^2}{r}\sin^2(\theta_0-\rho)\right]\frac{d\rho}{dt}+C\rho=0,$$

K est le moment d'inertie de l'équipage et $A_1\frac{d\rho}{dt}$ le couple amortissant dû à l'air.

Cette équation diffère de celle qui régit les oscillations des systèmes amortis dans lesquels le couple est proportionnel à l'écart, en ce sens que le terme d'amortissement est une fonction de la position de l'équipage à l'instant t et les oscillations d'un tel équipage ne peuvent pas être apériodiques.

On peut cependant rendre l'appareil parfaitement apériodique en utilisant l'artifice suivant : On fixe au cadre une seconde bague métallique, identique à la première et à angle droit de celle-ci. Le facteur d'amortissement pour cette bague aura pour expression

$$A_1+\frac{\mathcal{H}^2 S^2}{r}\cos^2(\theta_0-\rho).$$

Ce terme s'ajoute, en vertu de la loi de Lenz, au terme correspondant

pour la première bague dans l'équation (3) qui devient

$$K\frac{d^2\rho}{dt^2}+\left(2A_1+\frac{\mathcal{H}^2S^2}{r}\right)\frac{d\rho}{dt}+C\rho=0,$$

équation du type classique qui montre que par un choix convenable de S et de r on peut réaliser très simplement l'apériodicité des appareils que je viens de décrire.

L'étude expérimentale des propriétés de ces instruments confirme en tous points la théorie que je viens d'exposer.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur le spectre de résonance de la vapeur de soufre.* Note (¹) de M. **J. Fridrichson**, présentée par M. M. de Broglie.

Le spectre de résonance de la vapeur de soufre excitée par l'arc au mercure, a été examiné par M. B. Rosen (²) et plus tard par M. P. Swings (³) qui a mis en évidence quatre séries de doublets et plusieurs séries de multiplets.

Dans le présent travail nous avons employé une ampoule cylindrique en quartz à fenêtres plan parallèles, avec appendice latéral, pour pouvoir faire varier la pression de la vapeur indépendamment de la température. L'ampoule était entourée par l'arc au mercure, formant un anneau.

Devant l'ampoule était placé un second tube en quartz contenant la même vapeur et destiné à l'étude de la réabsorption. On y pouvait également faire varier la pression, en plaçant son appendice dans un four séparé. Au moyen de diaphragmes appropriés, l'excitation directe du contenu du tube d'absorption par l'arc au mercure était rendue impossible.

Les deux tubes étaient placés dans un four commun, « four de température », qui entourait aussi l'arc au mercure.

Nous avons pu ainsi constater que le spectre de résonance s'étend jusqu'à 6000 Å. Dans le tableau suivant nous donnons les longueurs d'onde des termes de séries de doublets et de multiplets dans la région de 5000-5700 Å.

(¹) Séance du 16 mars 1931.

(²) B. Rosen, *Zs. f. Phys.*, 43, 1927, p. 106.

(³) P. Swings, *C. R. de la Soc. Pol. de Phys.*, V, 29, 1930, p. 139.

TABLEAU I.

Série de doublets excitée par la raie 3132 Hg.		Série de doublets excitée par la raie 3126 Hg.		Série de doublets excitée par la raie 2968 Hg.		Série de multiplets excitée par la raie 3132 Hg.	
Terme.	λ.	Terme.	λ.	Terme.	λ.	Terme.	λ.
20....	5105,8	20.....	5086,2	23.....	5048,9	18.....	4981,3
	5109,4		5089,6		5052,9		4984,9
							4989,1
							4992,8
21....	5262,8	21.....	5242,3	24.....	5211,0	19.....	5137,9
	5266,5		5245,6		5214,9		5141,8
							5146,1
							5149,7
22....	5430,0	22.....	5408,3	25.....	5375,6	20.....	5299,1
	5434,0		5411,7		5379,9		5303,0
							5308,2
							5311,8
23....	5607,3	23.....	5585,3	26.....	5552,4	21.....	5430,1
	5611,6		5588,5		5556,5		5434,0
							5439,0
							5443,0
							5654,8
							5659,6
							5665,2
							5668,7

En faisant varier la pression de la vapeur dans le tube de résonance, nous avons étudié quantitativement les variations d'intensité dans les doublets, signalées déjà par Swings [1].

Nous avons photographié les doublets excités par

$$\lambda = 3132 \text{ Hg}, \quad \lambda = 3126 \text{ Hg} \quad \text{et} \quad \lambda = 2968 \text{ Hg},$$

toutes autres conditions restant constantes, pour diverses pressions de la vapeur excitée (entre 0,01 et 50^{mm} Hg) et de la vapeur se trouvant dans le tube d'absorption; de plus, chaque plaque était pourvue de repères d'intensité. En traçant les microphotogrammes de ces doublets et dessinant les courbes de noircissement de la plaque, nous avons calculé les intensités des composantes de doublets et leur rapport. On a pu constater que la réabsorption n'a aucune influence sut le rapport des intensités dans les doublets.

Le Tableau II donne les mesures pour les trois doublets des séries déjà

(1) P. SWINGS, *loc. cit.*

citées. I_1 représente ici l'intensité de la composante de plus courte longueur d'onde, I_2 celle de la composante de plus grande longueur d'onde.

TABLEAU II.

Série excitée par la raie 3132 Hg.				Série excitée par la raie 3126 Hg.				Série excitée par la raie 2968 Hg.			
p (mm).	I_1.	I_2.	$\frac{I_1}{I_2}$	p (mm).	I_1.	I_2.	$\frac{I_1}{I_2}$	p (mm).	I_1.	I_2.	$\frac{I_1}{I_2}$
0,01	5	8	0,62	0,01	5	8	0,62	0,01	19,5	20,5	0,95
0,05	9,4	16	0,59	0,05	10,5	19	0,55	0,16	85	94	0,9
0,3	42	85	0,49	0,3	44	104	0,43	1,1	116	130	0,9
1,1	80	200	0,4	1,1	87	220	0,4	5	86	96	0,9
12	36	140	0,26	12	38	150	0,25	20	16	17	0,94
27	10,5	54	0,2	27	14	76	0,19	52	0	0	
52	0	11,5	0,0	52	0	17	0,0				

On voit très bien que le rapport des intensités dans les deux premières séries diminue systématiquement à mesure que la pression augmente. Cette variation se produit dans le même sens dans tous les doublets de ces deux séries [1]. Par contre, dans la série excitée par 2968 Hg on n'observe aucun changement dans les intensités relatives des composantes.

ÉLECTROCHIMIE. — *Enregistrement du* pH *dans les bains de nickelage.* Note de MM. **J. Barbaudy**, **A. Guérillot**, **H. Miachon** et **R. Simon**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Le développement des méthodes modernes de nickelage à haute densité de courant a montré combien il était important de connaître, à tout instant, la valeur du pH de la solution électrolytique. Nous avons donc pensé qu'il y aurait intérêt à réaliser l'enregistrement continu de l'acidité réelle aussi bien pendant le travail du bain que pendant son repos nocturne.

Les expériences ont porté sur un bain de 3000 litres de l'atelier de nickelage d'une usine d'automobiles. La composition de la solution était la suivante :

(1) En admettant, bien entendu, que l'arrangement des raies en séries est exact.

Sulfate de nickel cristallisé	450^{g}
Chlorure de nickel cristallisé	30
Acide borique	22
Eau distillée	1000

Densité de la solution 1,225 à 50°, température à laquelle était effectuée l'opération. On travaillait sous une densité de courant de 20 amp/dm². La cuve était en pitchpin, chauffée à la vapeur. Le bain était agité à l'air comprimé. Une pompe permettait d'aspirer constamment une certaine quantité du liquide du bain et de l'envoyer d'abord sur un filtre en toile à double enveloppe et ensuite dans une colonne à grenaille de nickel pour éliminer le cuivre avant de le renvoyer dans la cuve.

La neutralisation du bain lorsqu'elle était nécessaire se faisait au moyen de carbonate de nickel ou à l'acide sulfurique dilué. Des additions périodiques d'eau distillée compensaient la concentration spontanée du bain par évaporation.

Les enregistrements ont été faits à l'aide d'un potentiomètre enregistreur Leeds et Northrup. L'appareil est gradué en millivolts de 0 à 700 mV, qui sont lus directement sur le papier après étalonnage avec une pile étalon. Sa précision garantie était de 3,5 mV mais la sensibilité était de 1 mV, quoiqu'on ne puisse alors être certain de la fidélité.

Comme pile de mesure on a employé une électrode à quinhydrone à écoulement munie d'une électrode d'or. La solution à examiner était prélevée dans le bain au moyen d'une piqûre faite sur le circuit de filtration entre la pompe et le filtre. Après refroidissement dans un serpentin en plomb la solution était envoyée dans le vase de la pile. Elle se saturait de quinhydrone en léchant une colonne de pastilles de quinhydrone, venait baigner l'électrode d'or, puis le vase poreux plein de cristaux de chlorure de potassium faisant la liaison avec l'électrode au calomel et enfin s'écoulait librement par un trop-plein.

L'enregistreur était placé à 25 mètres du bain près des génératrices d'électrolyse. Malgré cela les trépidations de l'atelier n'ont pas influé sur la régularité des inscriptions. L'électrode à quinhydrone était placée à côté du bain lui-même.

L'appareil a fonctionné durant cinq après-midi, environ 3 heures et quart à 4 heures chaque fois, ainsi que pendant une nuit entière, environ 18 heures sans arrêt.

Au point de vue de la précision des mesures les chiffres obtenus sont

comparables à ceux qu'on obtient avec les appareils ordinaires statiques donnant le millivolt.

Pendant l'essai de durée, l'enregistrement a été tout à fait régulier. La différence de potentiel s'est maintenue à 180 ± 2 mV sauf une chute anormale qui s'est produite en deux minutes vers 1h30m du matin. Vers 2h du matin le potentiel avait repris une valeur normale. Peut-être cette anomalie est-elle due à l'obstruction momentanée de la canalisation par des cristaux de sels de nickel.

Sur les courbes on voit très nettement l'alcalinisation des bains sous l'influence d'un repos prolongé et son acidulation progressive sous l'influence des électrolyses répétées. A partir d'une certaine acidité le pH ne diminue plus que lentement.

De cette étude préliminaire il résulte que la méthode indiquée semble donner des résultats satisfaisants pour l'enregistrement continu du pH des bains de nickel dans l'industrie.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Solubilité du carbonate de calcium dans l'eau en présence de chlorures alcalins.* Note de MM. **René Dubrisay** et **R. François**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Pour expliquer la fixation du potassium par les sols agricoles, les agronomes ([1]) supposent que les sels de ce métal agissent sur le calcaire suivant la réaction réversible

$$CO^3Ca + 2KCl \rightleftharpoons CO^3K^2 + 2CaCl^2.$$

Cette réaction peut, à première vue, paraître surprenante : il nous a donc semblé qu'il pouvait être intéressant de rechercher directement si effectivement elle se produisait, les renseignements contenus dans la littérature à ce sujet étant souvent contradictoires ([2]). Il nous est apparu qu'il était nécessaire d'opérer en l'absence de toute trace d'anhydride carbonique, et, dans ce but, nous avons toujours utilisé de l'eau ou des solutions privées de ce gaz par une ébullition prolongée. Nous prenions en outre la précaution de soumettre à l'ébullition le carbonate de calcium mis au

([1]) J. André, *Chimie agricole*, 2, p. 317 (Paris, Baillière, 1913).

([2]) E. A. Rowe, *Trans. E. Proc. New Zeeland Ins.*, 52, 1920, p. 192. — H. O. Askew, *Trans. E. Proc. N. Z. Ins.*, 54, 1923, p. 791. — Drechsel, *J. prakt. Ch.*, 2e série, 16, 1877, p. 169. — Anderson, *Proc. Edimb. Soc.*, 16, 1890, p. 319.

contact d'eau ou de solution de chlorure de potassium afin de chasser les traces de gaz carbonique que pouvait retenir le solide à sa surface. Nous avons procédé tout d'abord à des déterminations alcalimétriques, en titrant au moyen d'acide sulfurique N/3 en présence de bleu de thymol, les liqueurs obtenues en saturant de carbonate de calcium l'eau distillée ou les solutions de chlorure de potassium de composition connue. Les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau I.

TABLEAU I.

Concentration en KCl de la liqueur saturée de CO^3Ca.	Nombre de centimètres cubes de la solution acide nécessaire pour neutraliser 1 litre de liqueur.
	cm³
0	0,60
N/20	0,60
N/8	0,65
N/5	0,75
N/3	0,90
N/2	1,10
N	1,20
2N	1,30
3N	1,35

Nous avons, en second lieu, vérifié qualitativement les variations d'alcalinité des diverses solutions en appliquant la méthode capillaire indiquée par l'un d'entre nous ([1]), méthode qui consiste à mesurer, par la méthode des gouttes, la tension superficielle existant à la surface de séparation du liquide étudié et d'une solution dans un liquide organique d'un acide gras supérieur (stéarique ou oléique). Les résultats sont consignés dans le Tableau II.

TABLEAU II.

Concentration en KCl de la liqueur saturée de CO^3Ca.	Volume de 10 gouttes.
	cm³
0	1,26
N/4	0,60
N/2	0,40
N	0,36
2N	0,20
3N	0,10

([1]) R. DUBRISAY, *Comptes rendus*, 156, 1913, p. 894, 1903; *Ann. de Chimie*, 9e série, 9, 1918, p. 25.

L'accroissement d'alcalinité avec le titre des liqueurs en chlorure alcalin est mis nettement en évidence par la réduction de la tension superficielle. Ce fait peut d'ailleurs être vérifié qualitativement par emploi des réactifs colorés : une solution saturée de carbonate de calcium dans l'eau distillée est neutre à la phénolphtaléine et au rouge de crésol, tandis que l'alcalinité apparaît pour les solutions contenant du chlorure de potassium.

Il était évidemment indiqué de chercher à contrôler les résultats par un dosage direct du calcium dissous; mais la méthode pondérale ne donne pas de résultats suffisamment précis pour le dosage de petites quantités de calcium en présence d'un grand excès de chlorure alcalin. Nous avons alors appliqué une méthode qui permet des comparaisons qualitatives, ou même grossièrement quantitatives. Aux diverses solutions nous ajoutions une même quantité d'oxalate d'ammonium, nous laissions reposer pendant 24 heures, puis nous comparions au néphélémètre les degrés de trouble. Ces degrés étaient d'autant plus grands que la quantité d'oxalate de calcium insoluble formé était plus grande, et par suite, que la liqueur étudiée était plus riche en calcium dissous. Les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau III, le degré de trouble obtenu dans le cas de l'eau distillée étant pris pour unité.

Tableau III.

Concentration KCl de la solution saturée de CO^3Ca.	Degré de trouble.
N/4	1,03
F/3	1,08
N/2	1,17
N	1,21
2N	1,33
3N	1,34

De tout ce qui précède il résulte que l'alcalinité de l'eau mise en contact de carbonate de calcium est accrue par addition dans la phase aqueuse de chlorure de potassium, et que l'intensité du phénomène augmente avec la concentration du chlorure alcalin. Il en résulte aussi que la quantité de calcium passé en solution croît dans le même sens, et tout ceci cadre bien avec l'hypothèse schématisée par la réaction I. Il n'est toutefois pas possible d'en dire plus, les faits observés pouvant également être expliqués par des variations purement physiques de la solubilité du carbonate sous l'influence des sels dissous. Nous poursuivons de nouvelles expériences qui nous permettront peut-être de préciser la question.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la vitesse des phénomènes provoqués par la détonation des explosifs solides.* Note de MM. **P. Laffitte** et **M. Patry**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Lorsqu'on fait détoner un explosif solide dans un tube cylindrique il se propage une onde de choc au delà de la dernière tranche d'explosif en même temps que des gaz en combustion sont lancés dans la même direction [1]. Les expériences rapportées dans la présente Note ont eu pour objet la mesure des vitesses de l'onde de choc et des gaz lumineux. Dans le voisinage de l'explosif les fronts des deux phénomènes coïncident et leurs vitesses sont identiques : c'est en quelque sorte le prolongement de l'onde explosive au delà de l'explosif, puisque cette onde est formée par la réunion de la flamme et de l'onde de choc. Mais la vitesse des gaz s'amortit plus rapidement que celle de l'onde de choc et il arrive un moment où les deux phénomènes se séparent et continuent à se propager à des vitesses différentes.

Dans nos expériences l'explosif occupait une certaine fraction de la longueur d'un tube de verre cylindrique prolongé par un tube métallique muni de fentes horizontales permettant au pinceau lumineux émané d'une lampe à arc de traverser l'atmosphère du tube avant d'impressionner la pellicule sensible, sur laquelle il convergeait.

Les photographies reproduites sont relatives à la détonation d'une colonne de tétryl (densité de chargement 0,7) de 10^{cm} de longueur dans un tube de 13^{mm} de diamètre intérieur. Le film se déplaçait dans le sens de la flèche. La bande noire verticale correspond au pinceau lumineux (de 16^{cm} de largeur) ayant traversé les fentes du tube métallique. Le trait noir AB (*fig.* 1) ou A (*fig.* 2) est l'image des gaz lumineux dans le tube de verre. La détonation de l'explosif a eu lieu en dehors du champ de l'objectif et serait sur la gauche. La figure 1 a été obtenue en disposant le tube métallique à fentes à 40^{cm} de la fin de la colonne de tétryl, c'est-à-dire à l'endroit où se produit la séparation des deux phénomènes. On voit en effet dans la partie correspondant au tube métallique, et au-dessus de l'image des gaz lumineux, une zone claire qui commence au milieu de la partie éclairée : elle est produite par la déviation de la lumière de la lampe à arc par l'onde de choc. Dans la figure 2 représentant les mêmes phénomènes à une plus grande distance de l'explosif (60^{cm}), le front de l'onde choc est indiqué par la diminution de l'intensité lumineuse en BC. En DE la lumière a été presque complètement arrêtée par des produits opaques de la combustion.

---

[1] *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1335. Voir aussi Payman, *Safety in Mines Research Board*, pap. nos **18** et **29**, 1926, p. 1; Perrott et Gawthrop, *J. Franklin Inst.*, 1927, p. 103 et 387; Jones, *Proc. R. Soc.*, **120**, 1928, p. 603.

Les Tableaux I et II donnent les vitesses des phénomènes provoqués par la détonation de colonnes de dynamite n° 1 et de tétryl de 10cm de longueur dans des tubes de 13mm de diamètre intérieur sous différentes densités de chargement Δ (vitesse de détonation V). Les vitesses de l'onde de choc (V_1)

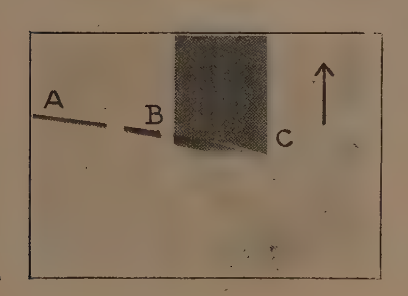


Fig. 1.

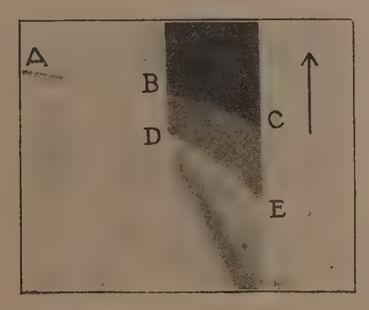


Fig. 2.

et des gaz lumineux (V_2) ont été mesurées à des distances l de la colonne d'explosif. Avec la dynamite pour les densités de chargement étudiées l'onde de choc et les gaz lumineux se sont séparés après les parcours suivants : 35cm ($\Delta = 0,9$), 50cm ($\Delta = 1,25$), 58cm ($\Delta = 1,65$). Avec le tétryl cette séparation a eu lieu après 35cm ($\Delta = 0,55$), 45cm ($\Delta = 0,65$) et 55cm ($\Delta = 0,9$).

TABLEAU I. — *Dynamite* n° 1.

$\Delta = 0,90$. V = 2500 m/sec.			$\Delta = 1,25$. V = 4000 m/sec.			$\Delta = 1,65$. V = 7000 m/sec.		
l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).	l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).	l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).
5	4000	4000	1 à 3	6000	6000	1 à 3	6500	6500
20	2500	2500	5	5500	5500	25	5000	5000
35	2220	1800	18	4000	4000	46	4000	4000
46	1800	–	30	3200	3200	50	3700	3700
54	1300	–	46	2250	–	60	3000	2700
60	830	–	54	2200	1900	–	–	–
67	540	–	–	–	–	–	–	–

TABLEAU II. — *Tétryl.*

$\Delta = 0,55$, V = 3700 m/sec.			$\Delta = 0,65$, V = 4000 m/sec.			$\Delta = 0,90$, V = 5000 m/sec.		
l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).	l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).	l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).
1 à 3	6500	6500	1 à 3	6500	6500	1 à 3	6250	6250
25	3000	3000	20	4000	4000	30	4000	4000
35	–	2450	40	3500	–	50	3500	3500
40	2650	–	45	–	2700	60	2700	2000
45	–	1500	50	2800	2400	–	–	–
60	1600	–	60	2170	–			–

Avec l'acide picrique on obtient des résultats comparables à ceux du tétryl.

Lorsque le diamètre augmente la distance à laquelle on observe la séparation de l'onde choc et des gaz lumineux devient plus importante (70^{cm} par exemple avec de la dynamite sous la densité du chargement 1,65 dans un tube de 16^{mm} de diamètre). Mais cette distance est indépendante de la longueur de la colonne d'explosif.

CHIMIE MINÉRALE. — *Contribution à l'étude des complexes argentohyposulfites de sodium.* Note [1] de MM. **E. Carrière** et **Raulet**, présentée par M. Matignon.

Nous nous sommes proposé d'isoler les complexes argentohyposulfites de sodium formés par réactions de l'hyposulfite de sodium sur le chlorure d'argent précipité [2]. En négligeant l'eau de cristallisation, deux sels complexes ont été reconnus par différents auteurs, l'un peu soluble dans l'eau de formule AgS^2O^3Na; l'autre soluble dans l'eau de formule $Ag^2(S^2O^3)^3Na^4$ (Berzélius, *Traité de Chimie*, 4, 1846, p. 272; Herschell, *Ann. de Chimie et de Phys.*, 14, 1820, p. 353; Cohen, *Zeitschrift für physikal. Chemie*, 18, 1895, p. 61; Lumière et Seyewetz, *Bull. Soc. chim. de France*, 1, 1907, p. 946).

Un troisième sel complexe de formule $Ag^3(S^2O^4)^3Na^5 . 2H^2O$ a été décrit par M. H. Baines (*Bull. Soc. chim. de France*, 48, 1930, p. 739).

Ces divers auteurs ont généralement utilisé la précipitation du sel complexe par addition d'alcool à la solution aqueuse.

La méthode d'obtention des complexes argentohyposulfites que nous avons suivie consiste à former un précipité de chlorure d'argent, à séparer ce précipité par filtration, à le laver, puis à le dissoudre partiellement ou complètement dans une solution concentrée d'hyposulfite de sodium.

La solution est filtrée et abandonnée à une lente cristallisation par évaporation dans un dessiccateur à acide sulfurique, ou encore en produisant le vide à une température ne dépassant pas 30°. Nous avons isolé trois sels complexes AgS^2O^3Na, $Ag^2(S^2O^3)^3Na^4$ et $Ag(S^2O^3)^2Na^3$ en faisant varier les proportions d'hyposulfite de sodium en solution concentrée par rapport au chlorure d'argent ; les deux premiers sels sont connus.

---

[1] Séance du 16 mars 1931.

[2] *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 423.

Pour l'obtention de l'argentohyposulfite de sodium AgS^2O^3Na on arrête de verser la solution concentrée d'hyposulfite de sodium avant la dissolution complète du chlorure d'argent, puis on suit le traitement indiqué. Les cristaux grenus d'argentohyposulfite de sodium sont lavés à l'eau dans laquelle ils sont peu solubles; ils sont ensuite abandonnés quatre jours dans un dessiccateur à acide sulfurique. L'argent est dosé en pratiquant préalablement sur le sel une fusion oxydante aux carbonates de sodium et de potassium et au nitrate de sodium de manière à faire passer le soufre sous forme de sulfate.

Le radical S^2O^3 est dosé par une solution décinormale d'iode :

Trouvé pour 100	$Ag = 43,6$	$S^2O^3 = 46,2$
Calculé pour AgS^2O^3Na	$Ag = 44,4$	$S^2O^3 = 46,1$

L'argentohyposulfite de sodium AgS^2O^3Na possède une saveur sucrée; il noircit à la lumière; sa solution noircit aussi par chauffage par suite de la production de sulfure d'argent.

Le diargentotrihyposulfite de sodium $Ag^2(S^2O^3)^3Na^4$ est obtenu en dissolvant exactement le chlorure d'argent fraîchement précité par la solution concentrée d'hyposulfite de sodium, puis en faisant le vide au-dessus de la solution maintenue à 30°. Les cristaux sous forme de lamelles blanches, miroitantes, sont lavés à l'alcool aqueux, puis abandonnés plusieurs jours dans un dessiccateur à acide sulfurique. Le diargentotrihyposulfite de sodium est soluble dans l'eau; il possède une saveur très sucrée; il est plus stable que l'argentohyposulfite de sodium AgS^2O^3Na vis-à-vis de la chaleur et de la lumière. L'analyse donne les résultats suivants :

Trouvé pour 100	$Ag = 34,4$	$S^2O^3 = 52,3$
Calculé pour $Ag^2(S^2O^3)^3Na^4$	$Ag = 33,6$	$S^2O^3 = 52,2$

L'argentodihyposulfite de sodium $Ag(S^2O^3)^2Na^3$ est obtenu en dissolvant le chlorure d'argent fraîchement précipité et lavé dans un excès de solution concentrée d'hyposulfite de sodium. La solution est abandonnée dans un dessiccateur à acide sulfurique. Les lamelles d'argentodihyposulfite de sodium sont brillantes et très solubles dans l'eau. Elles peuvent être chauffées à 115° sans qu'on observe de décomposition. Ce chauffage amène une perte d'eau égale à 7,8 pour 100 du poids du corps préalablement abandonné dans le dessiccateur à acide sulfurique. Les résultats de l'analyse du produit séché à l'étuve concordent avec la formule $Ag(S^2O^3)^2Na^3$:

Trouvé pour 100	$Ag = 26,4$	$S^2O^3 = 55,3$
Calculé pour $Ag(S^2O^3)^2Na^3$	$Ag = 26,9$	$S^2O^3 = 55,8$

En tenant compte de l'eau éliminée par chauffage, la formule du corps est $Ag(S^2O^3)^3Na^2 2H^2O$. L'argentodihyposulfite de sodium présente une saveur très sucrée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acides α-carboxycamphocéane-β-acrylique et -β-propionique. Synthèse du β-homocamphre.* Note de M. **F. Salmon-Legagneur**, présentée par M. M. Delépine.

Les deux premiers homologues supérieurs en α de l'acide camphorique : acide homocamphorique et l'acide improprement appelé hydrocamphorylacétique ([1]) sont connus depuis fort longtemps. Ce dernier, notamment, a servi de point de départ pour la synthèse de l'α-homocamphre ([2]). Mais aucun homologue en β de l'acide camphorique tel que l'acide β-homocamphorique (I) ou l'acide α-carboxycamphocéane-β-propionique (II) n'ont été signalés jusqu'à ces dernières années.

$$C^8H^{14}\begin{cases}CO^2H\\CH^2-CO^2H\ (\beta)\end{cases}\quad(I). \qquad C^8H^{14}\begin{cases}CO^2H\\CH^2-CH^2-CO^2H\ (\beta)\end{cases}\quad(II).$$

Cependant l'étude comparative des propriétés physiques et chimiques des composés des deux séries est intéressante du fait que l'un des carboxyles des acides de la série α est fixé sur un atome de carbone tertiaire, tandis que, dans la série β, ce même carboxyle est lié à un atome de carbone secondaire.

Dans la présente Note je décrirai la préparation de l'acide α-carboxycamphocéane-β-propionique (II) et de quelques-uns de ses dérivés (comme Bredt, j'adopte le mot camphocéane pour le carbure C^8H^{16} qui est le noyau de l'acide camphorique et de ses dérivés).

En 1905 MM. Haller et Blanc ([3]) ayant en vue la préparation du β-camphre ont tenté de préparer l'acide β-homocamphorique à partir de la β-campholide (obtenue par eux avec beaucoup de difficulté). Mais l'inertie que montra cette β-campholide à réagir avec tout agent de condensation ne leur permit pas d'aboutir au résultat désiré. Depuis le β-camphre

([1]) Winzer, *Lieb. Ann.*, 257, 1890, p. 363.

([2]) Lapworth et Royle, *Journ. Chem. Soc.*, 117, 1920, p. 743.

([3]) Haller et Blanc, *Comptes rendus*, 141, 1905, p. 697.

ou « épicamphre » a bien été préparé simultanément par MM. Lankshear, Perkins et Bredt [1] mais par des méthodes tout à fait différentes et sans passer par l'acide β-homocamphorique non signalé jusqu'à présent.

Plus tard M. Bredt [2] reproduisait la β-campholide de MM. Haller et Blanc par réduction de l'acide β-aldéhyde camphorique (III) obtenu par fusion de la camphoquinone avec la potasse.

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO\\ |\\ CO\end{matrix}\right. \rightarrow (III)\ C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}COOH\\ C\begin{matrix}\nearrow O\\ \searrow H\end{matrix}\ (\beta)\end{matrix}\right. \rightarrow C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO\\ CH^2\end{matrix}\right\rangle O$$

J'ai pensé que l'acide de Bredt, nommé par ce dernier acide camphocéane-aldéhydique, pourrait servir de point de départ, sinon pour la préparation de l'acide β-homocamphorique, du moins pour celle de son homologue supérieur, l'acide α-carboxycamphocéane-β-propionique (II). Pour cela, l'acide β-aldéhyde camphorique a été transformé en son éther méthylique (IV) par action successive de $SOCl^2$ et CH^3OH : Éb. 135-136°, sous 12^mm^; semicarbazone, F. 184°. Puis, par condensation avec le zinc et l'éther bromacétique, on a obtenu l'éther mixte méthyléthylique de l'acide α-carboxycamphocéane-β-acrylique (V), sans pouvoir isoler l'éther du diacide-alcool formé intermédiairement :

$$\underset{(IV)}{C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO^2CH^3\\ C\begin{matrix}\nearrow O\\ \searrow H\end{matrix}\end{matrix}\right.} \xrightarrow{+Zn+BrCH^2CO^2C^2H^5} \underset{(V)}{C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO^2CH^3\\ CH{=}CH-CO^2C^2H^5\ (\beta)\end{matrix}\right.}$$

Cet éther mixte, qui fond à 52-53° (pouvoir rotatoire $[\alpha]_D^{23} = -92°,2$, dans l'alcool méthylique), a conduit par saponification à l'acide correspondant. F. 174-176°; $[\alpha]_D^{23} = +58°,8$ (dans l'alcool méthylique). Ce dernier ne décolore pas le brome à froid, mais donne instantanément, par le permanganate alcalin, de l'acide camphorique; il s'est, facilement et quantitativement, laissé réduire en présence d'oxyde de platine (méthode d'Adams) et a donné ainsi l'acide α-carboxycamphocéane-β-propionique (II) : lamelles brillantes de F. 150-151° et de pouvoir rotatoire $[\alpha]_D^{19} = +38°,1$ dans CH^3OH.

En calcinant le sel de plomb de ce dernier acide dans un courant de gaz carbonique j'ai obtenu, avec un rendement d'environ 45 pour 100, le

---

(1) LANKSHEAR et PERKINS, *Proc. Chem. Soc.*, 27, 1911, p. 167; BREDT, *Chem. Zeit.*, 35, 1911, p. 715; BREDT et PERKINS, *Journ. Chem. Soc.*, 103, 1913, p. 2182.

(2) BREDT, *Journ. f. prakt. Chem.*, 95, 1917, p. 63.

β-homocamphre (VI) résultant de l'élimination d'une molécule de carbonate de plomb :

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{array}{l}CO\,O\text{———}Pb\\ \qquad\qquad\quad|\\ CH^2-CH^2-CO^2\end{array}\right. \rightarrow C^8H^{14}\left\langle\begin{array}{c}CO\\ \\ CH^2\end{array}\right\rangle CH^2.$$

(VI).

Ce produit, qui est très soluble dans les solvants organiques, fond à 202-204°, est très sublimable, entraînable à la vapeur d'eau et possède une odeur rappelant celle du camphre. Il donne facilement une oxime de P. F. 104-105° et une semicarbazone F. 245°; il est fortement dextrogyre $[\alpha]_D^{13} = +111°,2$ dans l'alcool méthylique. On l'obtient également par calcination du sel de thorium, mais le rendement est moins bon.

En résumé, les acides α-carboxycamphocéane-β-acrylique et -β-propionique, ainsi que le β-homocamphre peuvent aisément se préparer à partir de la camphoquinone. Dans mes expériences, la camphoquinone était issue du camphre droit des Laurinées; on aboutit à un β-homocamphre dont la rotation est également dextrogyre.

MINÉRALOGIE. — *Nouvelles recherches sur la composition chimique de la romanéchite.* Note [1] de MM. **F. Zambonini** et **V. Caglioti**.

Nous avions entrepris, il y a quelque temps, une étude approfondie des différents oxydes naturels du manganèse. Quand nous avons connu les résultats que M. J. Orcel a obtenus par ses études sur les mêmes minéraux, nous avons abandonné nos recherches, mais il nous semble bon de faire connaître les résultats de nos analyses chimiques de la romanéchite, le beau minéral de Romanèche que M. A. Lacroix avait distingué de la psilomélane en 1900, et dont M. Orcel a confirmé l'existence comme espèce définie.

On connaît de la romanéchite des analyses dues à Turner et à Berthier : des analyses plus récentes et très complètes ont été exécutées par Gorgeu, au cours de ses travaux sur les oxydes de manganèse naturels et artificiels.

Nous avons pu disposer de quelques échantillons très beaux de Romanèche, qui appartenaient à la variété botroyde à structure fibreuse de M. A. Lacroix. Le matériel pour l'analyse a été trié avec beaucoup de soins, et nous avons obtenu pour le fer une quantité bien plus petite que celle trouvée jadis par Gorgeu. Voici nos résultats :

(1) Séance du 9 mars 1931.

SiO^2....	0,340	MnO....	6,14	Fe^2O^3....	0,05	ZnO....	0,035
CuO....	0,046	BaO.....	16,03	P^2O^5....	0,015	Na^2O....	1,30
PbO....	0,094	CaO.....	1,55	Al^2O^3....	0,25	K^2O....	0,60
As^2O^5....	0,82	SrO.....	0,03	TiO^2.....	0,01	Li^2O....	0,0016
MnO^2...	67,69	MgO....	0,33	WO^3.....	0,16	H^2O....	4,68

Sa = 100,17; O actif = 12,46 pour 100.

Notre analyse est assez voisine de celle de Gorgeu, mais montre que la romanéchite contient de petites quantités de strontium, de zinc, de lithium, de titane et de tungstène, qui avaient échappées à ce chimiste. Il n'avait déterminé que la somme $CuO + PbO$: dans nos échantillons la quantité de PbO est double de celle de CuO. Les analyses de Gorgeu ont montré que le sodium et le potassium se trouvent dans la romanéchite en quantité faible et très variable : quelquefois le potassium existe en plus grande quantité que le sodium, tandis que, dans la variété subériforme, il ne se trouve qu'à l'état de traces. Dans la romanéchite que nous avons analysée Na et K sont plus abondants : comme dans la variété subériforme étudiée par Gorgeu, le sodium l'emporte sur le potassium. Gorgeu a reconnu la présence de l'aluminium seulement dans la variété subériforme : dans notre analyse la quantité de Al^2O^3 est nettement supérieure à celle de Fe^2O^3.

Ce résultat présente un certain intérêt. M. A. Lacroix a observé que, dans la zone manganésifère de Romanèche, se trouve toujours de l'arsenic, qui atteint jusqu'à 1,5 pour 100 dans la croûte extérieure de l'échantillon de romanéchite analysée par Gorgeu. Comme, à Romanèche, la romanéchite est accompagnée d'arséniosidérite, et comme M. A. Lacroix a constaté que ce dernier minéral alterne parfois avec la romanéchite, on pouvait penser que l'arsenic de la romanéchite est dû à de l'arséniosidérite mélangée, mais qu'on n'arrive pas à déceler. En effet, dans les analyses de Gorgeu, As^2O^5 est accompagné de quantités de Fe^2O^3 supérieures à celles qui seraient nécessaires d'après la composition de l'arséniosidérite. Dans notre analyse au contraire, la quantité de fer est très petite vis-à-vis de celle de l'arsenic, ce qui prouve que l'arsenic de notre romanéchite ne peut pas se trouver à l'état d'arséniosidérite. On peut penser à la présence d'un arséniate d'aluminium et de calcium, et l'on peut faire aussi d'autres hypothèses, qui malheureusement ne sont pas démontrables, parce que nous n'avons pas été plus heureux que M. A. Lacroix dans les tentatives que nous avons faites pour isoler ou déterminer le composé d'arsenic se trouvant dans la romanéchite.

Nous avons étudié l'élimination de l'eau de la romanéchite. Nos résultats se trouvent réunis dans le tableau ci-après :

Perte de poids (*pour* 100).

Sur $CaCl^2$...	0,28	A 200°......	1,40	A 450°......	1,76
A 110°......	0,40	A 300°......	1,56	A 500°......	2,47
A 120°......	0,46	A 350°......	1,56	A 550°......	3,05
A 140°......	0,63	A 370°......	1,56	A 600°......	4,10
A 180°......	1,06	A 400°......	1,60	A 650°......	4,68

On voit qu'une petite partie de l'eau peut être considérée comme hygroscopique, elle est, en effet, éliminée sur le chlorure de calcium. Une autre portion est chassée au-dessous de 200°, et le reste n'est éliminé qu'au-dessus de 400°. Entre 200° et 400° il n'y a pas d'élimination d'eau. Il est très probable que seule l'eau qui s'en va à une température supérieure à 400° appartient à la constitution de la romanéchite ; celle qui s'élimine au-dessous de 200° est due aux composés, probablement amorphes ou colloïdaux, mélangés à la romanéchite.

Gorgeu a déduit de ses analyses la formule

$$(Mn, Ba)O.3MnO^2 + H^2O.$$

M. A. Lacroix a observé, avec raison, qu'il était difficile de ne pas considérer l'eau comme combinée, ce qui l'a conduit à écrire la formule de la romanéchite $H^2(Mn, Ba)Mn^3O^8$. Notre analyse a donné pour MnO une quantité plus petite que celles trouvées par Gorgeu; nos déterminations d'oxygène actif ont été répétées plusieurs fois et nous ne pouvons pas douter de l'exactitude des nombres obtenus par nous. Ces résultats conduisent aux rapports

$$MnO^2 : MnO + BaO : H^2O \text{ (au-dessus de } 400°) = 4,08 : 1 : 0,89,$$

c'est-à-dire à la formule $H^2(Mn, Ba)Mn^4O^{10}$.

Si l'on réunit à MnO et BaO les oxydes de calcium, de potassium, de sodium, on obtient $MnO^2 : RO : H^2O = 3,08 : 1 : 0,68$; ou $3,08 : 1 : 1$, à condition de considérer comme eau de constitution l'eau totale. On retrouve ainsi la formule de Gorgeu, mais nous pensons qu'il faut bien admettre qu'une certaine partie des oxydes des métaux se trouve liée à l'arsenic, qui certainement n'est pas présent à l'état de As^2O^5.

Quoi qu'il en soit, nous sommes d'avis que la composition chimique de la romanéchite doit être interprétée de la manière suivante :

La coronadite, si on laisse de côté les impuretés, est bien une romanéchite à base de plomb, mais sa formule n'est pas celle du minéral français, et la hollandite doit aussi être rapprochée de la romanéchite, ainsi que l'ont montré récemment MM. Orcel

et Pavlovitch par leurs recherches optiques; mais la formule de la hollandite est très variable et sa composition est caractérisée par la présence de quantités considérables de Fe^2O^3. La hollandite, plus riche en baryum, de Kajlidongri répond à la formule (Ba, Mn)Mn^4O^8.0,4(Fe, Al)$^2O^3$, et il est intéressant de noter que le manganite est le même que celui de la romanéchite, mais il est anhydre. Nous pensons que tous ces minéraux doivent être réunis dans un même groupe.

Il nous semble qu'on peut les ramener à un même type de formule, en admettant que la structure cristalline fondamentale est déterminée par MnO^2 (dans la hollandite la teneur en MnO^2 atteint 75 pour 100). Supposons que, dans l'unité de structure cristalline, soit contenu un nombre de molécules de MnO^2 tel que le nombre des atomes d'oxygène soit un multiple de 3. L'hypothèse la plus simple est qu'on ait affaire à 3 MnO^2.

Il est aisé de voir que les groupements $2\,BaMnO^3$, $2\,Mn^2O^3$, $2\,Fe^2O^3$ ont le même nombre d'atomes d'oxygène que $3\,MnO^2$, et que la somme des valences est aussi la même. On conçoit alors la possibilité d'une substitution partielle de ces composés à $3\,MnO^2$ et il en résulte une variation considérable de composition chimique dans les minéraux de gisements différents.

Des recherches röntgenographiques doivent pouvoir jeter de la lumière sur cette question. Nous avons cherché, mais jusqu'ici sans succès, à obtenir par la méthode de Debye, des röntgenogrammes utilisables.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure du Massif du Mikoboka et du Plateau de l'Analavelona* (sud-ouest de Madagascar). Note de Mlle **Éliane Basse**, présentée par M. Charles Jacob.

Géographie. — Le Massif basaltique du Mikoboka, y compris sa bordure sédimentaire, surplombe le coude pittoresque de la Vallée du Manombo, tandis que le Plateau de l'Analavelona, dont il est séparé par la Rivière Manandana, domine lui-même à l'Est, par 1320^m d'altitude, la grande plaine qui s'étend depuis Manera jusqu'au delà d'Ankazoabo.

Stratigraphie. — Les deux régions sont essentiellement constituées par des terrains crétacés avec coulées basaltiques interstratifiées. La série stratigraphique est la suivante :

1° Dalles gréseuses à grains fins, puis plus grossiers, avec des intercalations sableuses.

2° Marnes grises, gypsifères, néocomiennes, à *Belemnites* (*Duvalia dilatata*, etc.).

3° Grès grossiers, riches en galets de quartz roulés et en huîtres rappelant *Exogyra imbricata* Krauss. Aptien supérieur.

4° Calcaire gréseux brun à *Acanthoceras : Ac. Newboldi, Ac. Mantelli, Ac. Harpax, Prionotropis Douvillei.* La partie inférieure renferme parfois des galets d'oolite callovienne à *Hecticoceras* et presque toujours des blocs de l'Aptien supérieur sur lequel elle est transgressive. Cénomanien.

5° Grès sableux, jaune clair, mal cimenté. La partie inférieure (Turonien inférieur) contient : *Prionotropis Douvillei, Fagesia superstes, Mammites conciliatus*, des *Puzosia* (*Puz. planulata*), des *Scaphites*, des *Nautiles;* la partie moyenne (Turonien supérieur) est une véritable lumachelle à *Inoceramus digitatus;* l'horizon supérieur, de 50 à 100^m d'épaisseur, n'est pas fossilifère. Dans la région septentrionale de l'Analavelona, une coulée basaltique prismée, de 15 à 20^m de puissance et s'effilant vers le Sud-Ouest jusqu'à disparition complète, est intercalée vers le milieu de cet horizon supérieur.

6° Grès gris, pyriteux à la base, fossilifère au sommet avec une faune santonienne assez riche : *Mortoniceras texanum, Schloenbachia Umbulazi, Pachydiscus antecursor, Baculites capensis*, des *Kossmaticeras*, des *Turrilites* épineux, des Nautiles, *Janira quinquecostata, Protocardium* cf. *Hillanum*, des *Trigonoarca, Astarte, Lucina, Fusus* et *Voluta.*

7° Épanchements basaltiques prismés, atteignant 60^m de puissance environ.

8° Calcaire argileux rouge, probablement maestrichtien inférieur, transgressif sur les basaltes, au contact desquels il renferme : *Pachydiscus neubergicus, Pachyd. gollevillensis, Janira quinquecostata, Alectryonia ungulata, Al. diluviana, Trigonoarca Japeticum.*

9° Calcaires blancs, marneux à la base, crayeux au sommet, avec une riche faune : *Pachydiscus Grossouvrei, Campanile inauguratum, Cancellaria Camdeo, Volutilites fanivelonensis, Turrilites* cf. *difficilis, Pycnodonta vesicularis, Alectryonia ungulata, Nautilus desertorum, Naut. danicus* et autres espèces maestrichtiennes et daniennes.

La continuité de sédimentation depuis le Maestrichtien inférieur jusqu'au Danien inclus, les faciès et les faunes de ces terrains rappellent tout à fait ce qui a été récemment signalé dans la province de Maintirano. Seules, les faunes présentent ici une plus grande variété de formes.

10° Argiles rouges sans fossiles, marquant probablement une émersion passagère.

11° Grès à *Lithothamnium*, Algues diverses et Polypiers, coupés de lits argileux rouges.

Tectonique. — Dans l'ensemble, les couches sont légèrement inclinées vers le Sud.

Le Massif du Mikoboka correspond à un bombement anticlinal, déblayé jusqu'au niveau des basaltes, sur lesquels l'érosion s'exerce actuellement; la couverture sédimentaire apparaît vers le Sud et vers l'Ouest, formant les gradins d'un vaste amphithéâtre.

Ce massif s'enfonce vers l'Est sous le Plateau de l'Analavelona dont il est séparé par une faille assez oblique. Le rejet, qui mesure 400^m environ vers

le Nord (Région du Manombo), s'affaiblit progressivement vers le Sud et devient insensible à quelques kilomètres en deçà du confluent Manandana-Fiherenana. En réalité, aux abords de la faille, le Massif du Mikoboka est affecté d'ondulations sensiblement parallèles à celle-ci, plis qui par endroits se sont fracturés suivant la même direction méridienne.

Le plateau de l'Analavelona, protégé de l'érosion par une couverture basaltique tabulaire, en continuité stratigraphique avec celle du Mikoboka, est légèrement incliné vers le Sud-Est, direction suivant laquelle l'entaillent, à pic, deux affluents du Fiherenana : l'Andranohetsa et la Betaola.

La grande faille de contact semble avoir la même inclinaison que celle de l'Andrambo ; en outre, située sur son prolongement, elle a la même direction et affecte les mêmes terrains. La surrection de l'Andrambo est la réplique, à une échelle réduite, de celle de l'Analavelona plus au Nord.

GÉOLOGIE. — *Présence d'un faciès à Céphalopodes dans le Coniacien du nord-ouest de la province de Burgos (Espagne)*. Note de M. **Raymond Ciry**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Sénonien affleure largement dans la partie nord-ouest de la province de Burgos, où il constitue notamment les *Páramos* ou Hauts-Plateaux calcaires de Villalta et des environs de Sedano ([1]).

Une étude détaillée de cette région m'a permis de reconnaître, à la base de ces dépôts, un Coniacien bien caractérisé dont le principal intérêt est de présenter un faciès à Céphalopodes.

Ces couches débutent par des grès glauconieux, reposant en concordance sur les calcaires compacts à *Vaccinites prægiganteus* Toucas sp., du Turonien supérieur. Au-dessus viennent des marnes et des calcaires marneux qui passent progressivement, vers leur partie supérieure, à de nouveaux calcaires compacts, stériles, appartenant probablement déjà au Santonien.

Les deux niveaux, grès glauconieux d'une part, marnes et calcaires marneux de l'autre, sont très fossilifères. Aux environs de Masa, de Nidáguila, de Terradillos, de Sedano, etc., ils m'ont fourni une faune d'Ammonites coniaciennes, nombreuses sinon très variées. J'y ai recueilli à la fois des espèces classiques et des formes nouvelles : *Barroisiceras Haberfellneri*, F. von Hauer sp., *Barroisiceras Haberfellneri*, var. *Harlei* de Grossouvre,

---

([1]) Voir le *Mapa geologico de Espana*, au $\frac{1}{400000}$, feuille nº 12, et le *Mapa militar itinerario de Espana* au $\frac{1}{200000}$, feuille nº 15.

Barroisiceras sp., *Tissotia haplophylla* Redtenbacher sp., *Tissotia Robini* Thiollière sp., *Tissotia* sp., *Hemitissotia* du groupe d'*Hemitissotia batnensis*, *Mortoniceras Bourgeoisi* d'Orbigny sp. emend. de Grossouvre, *Gauthiericeras* sp., *Schloenbachia* aff. *propoetidum* Redtenbacher sp.

La répartition verticale de ces Ammonites n'est pas rigoureusement définie. Cependant, d'une façon générale, les *Tissotia* dominent dans les grès de base, tandis que les couches marneuses sont surtout riches en *Barroisiceras*. Les *Hemitissotia* se montrent seulement au sommet des marnes et subsistent seuls dans les couches plus calcaires de la partie supérieure.

Accompagnant ces Ammonites, se rencontre une faune variée, particulièrement riche dans les assises marneuses, et comprenant des Échinides : *Cyathocidaris spinosissima* Agassiz sp., *Hemiaster Lamberti* Savin sp., *Hemiaster Desori* Haime sp., *Integraster punctatus* d'Orbigny sp.; des Lamellibranches : *Ceratostrea plicifera* Coquand sp. et ses nombreuses variétés, *Heligmopsis petrocoriensis* Coquand sp., des Gastéropodes, des Brachiopodes, de très nombreux Bryozoaires.

Avec des caractères lithologiques analogues, mais une faune d'Ammonites souvent très appauvrie, ce Coniacien se rencontre sur toute la périphérie des Hauts-Plateaux et même d'une façon très constante à la base de tous les affleurements sénoniens de la région. Je l'ai également retrouvé, fossilifère, près de Santelices, à la limite des provinces de Burgos et de Santander, vers la terminaison occidentale des Pyrénées Cantabriques, où Larrazet (¹) a admis son absence.

Les faciès à Céphalopodes sont exceptionnels dans le Coniacien espagnol. Dans le nord de la péninsule notamment, il n'a été signalé d'Ammonites appartenant à cet étage, ni dans la bordure septentrionale de la Meseta, ni dans le domaine pyrénéen. Dans les provinces cantabriques, M. Mengaud (²) n'en a cité qu'une seule espèce : *Barroisiceras* cf. *Haberfellneri* F. von Hauer sp., var. *Desmoulinsi*, représentée par un échantillon unique et fruste, trouvé « à la partie inférieure de la Meseta de Cortiguera ».

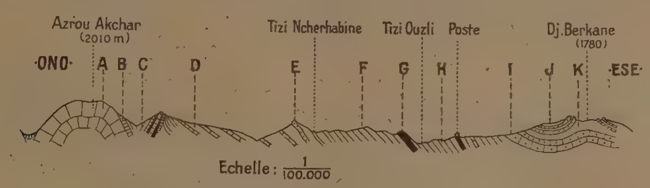
La faune découverte dans la partie nord-ouest de la province de Burgos constitue ainsi le premier ensemble important d'Ammonites coniaciennes connu en Espagne.

(¹) M. Larrazet, *Recherches géologiques sur la région orientale de la province de Burgos et sur quelques points des provinces d'Alava et de Logrono* (*Thèse*, Paris, 1896).

(²) L. Mengaud, *Recherches géologiques dans la région cantabrique* (*Thèse*, Paris, 1920).

GÉOLOGIE. — *Observations sur la géologie de la région de Tizi Ouzli (Rif oriental).* Note de M. **Jean Marçais**, présentée par M. Charles Jacob.

Au cours de ma dernière mission pour le Service de la Carte géologique du Maroc, j'ai pu préciser la stratigraphie des terrains de la région de Tizi Ouzli. La coupe transversale ci-dessous, qui passe par les points 467-642 et 462-650 (feuille *Boured* n° 3 au $\frac{1}{100\,000}$ du Service géographique du Maroc), commence à montrer la structure de la région.



Coupe dans le Rif oriental (région de Tizi Ouzli).

Aujourd'hui j'insisterai surtout sur les terrains jurassiques (A à F), passant ensuite rapidement sur ceux qui leur succèdent (G à K).

A. Le massif de l'Azrou Akchar est constitué, comme l'a dit le Dr Russo (¹), de calcaires gris clairs légèrement dolomitiques (Lias probable), suivis d'un calcaire verdâtre et rosé, schisteux (Bajocien et Bathonien probables) avec *Phylloceras* sp.

B. Vient ensuite un calcaire noduleux rouge, callovien, qui m'a fourni sur le flanc oriental de l'Azrou : *Reineckeia Grossouvrei* Petitc., *Perisphinctes* cf. *Neumayri* Siem., *P.* cf. *Pottingeri* Sow. sp., *P.* cf. *Orion* Oppel sp., *Phylloceras* cf. *Demidoffi* Rouss., *Lytoceras* sp., fossiles qu'a bien voulu déterminer M. Corroy. J'ai retrouvé ce même faciès dans la crête dentelée qui perce les schistes à l'Est de l'Azrou et au Dj. Tafechtel, là avec *P.* cf. *Recuperoi* Gemm.

C. Des schistes marneux, bruns, luisants, de l'Oxfordien, avec *Pachyceras Lalandei* d'Orb., forment la haute vallée de l'Oued Azrou.

D. Des bancs calcaires avec intercalations de marnes schisteuses, violettes et verdâtres représentent l'Argovien. *Perisphinctes Elizabetæ* de Riaz, *P.* cf. *biplex* Sow., *P.* sp. aff. *breviceps* Quens., *P.* cf. *Praleirei* Favre, *Taramelliceras callicerum* Oppel sp., *Oppelia* cf. *Frotho* Oppel sp., *Aptychus*

(¹) P. et L. Russo, *Recherches géologiques sur le nord-est du Rif* (*Mém. Soc. Sc. nat. du Maroc*, **20**, 1929, p. 78 et suiv.).

sparsilamellosus Gümbel (in Favre) s'y rencontrent sur toute la hauteur et *Peltoceras bimammatum* Rasp. sp., seulement au sommet. Ces calcaires dessinent une courbe, depuis le point 465-646 jusqu'au Dj. Sidi Aissa, avec un pendage d'abord ESE puis ENE.

Un galet trouvé près du poste de Tizi Ouzli m'a fourni *Peltoceras* cf. *arduennense* d'Orb., qui indique une zone supérieure de l'Oxfordien.

Au nord de l'Azrou et du Dj. Malou, l'Argovien calcaire n'apparaît plus; mais, dans des schistes à bancs de quartzites souvent redressés et plongeant généralement NNW, on trouve sur le sol en 468-641 : *Perisphinctes Luciæ* de Riaz [1] et *P.* cf. *indogermanus* Waag. [2]. L'Oxfordien-Argovien passerait ainsi vers le Nord-Ouest à un faciès schisteux.

E. Reprenant la coupe, où des bancs de dolomie et de grès apparaissent dans les dernières couches argoviennes, j'ai trouvé un *Perisphinctes* du gr. de *pseudolictor* Choffat, c'est-à-dire à affinités nettement rauraciennes. *Lissoceras* cf. *elimatum* Oppel sp. ou *subelimatum* Font. sp., trouvé dans l'Oued Targhilest, confirme que le Jurassique supérieur doit exister dans la série.

F à K. Un banc calcaire dans les schistes (F) m'a fourni un échinide indéterminable spécifiquement, mais déjà crétacé pour M. Lambert. Deux lames de Trias (G) traversent la série schisteuse (H) à Tizi Ouzli; puis des marnocalcaires (I), riches en Nummulites, Orthophragmines et Assilines, représentent le Numulitique; enfin des bancs de grès quartzeux (J) sont intercalés dans les marnes noires (K) qui terminent la série. Dans ces derniers termes qui forment le Dj. Berkane, la coupe montre une disposition anticlinale, dont l'axe sur le terrain est dirigé Nord-Est.

En résumé, les terrains examinés comprennent d'abord un épisode calcaire assez profond avec *Lytoceras* et *Phylloceras*, qui représente le Jurassique jusqu'au Callovien inclus. Une série marnoschisteuse monotone (terrains dits « à faciès de schistes lustrés » du Dr Russo) se développe ensuite jusqu'au Nummulitique. Elle comporte probablement des lacunes que l'absence de fossiles et l'uniformité des faciès ne permettent pas encore de déceler.

---

(1) Fossile trouvé par le lieutenant Goavers du S. G. A.

(2) Dans cette région, le Dr Russo signale (*loc. cit.*, p. 78 et 85) deux fossiles du Lias supérieur, dont je ne puis actuellement m'expliquer la présence en ce point.

SÉISMOLOGIE. — *Grande catastrophe séismique du* 8 *mars* 1931 *en Yougoslavie méridionale.* Note de M. **Mihaïlovitch Jelenko**, présentée par M. G. Bigourdan.

Le 8 mars 1931 a éclaté un tremblement de terre désastreux provoquant des victimes, 159 morts, 572 blessés. Le cataclysme a détruit 36 villages et nombre d'autres ont été ruinés ou endommagés. C'est le plus violent séisme connu dans le territoire de la Yougoslavie méridionale pendant les 14 siècles derniers. Le téléséisme a été enregistré par tous les séismographes du monde.

Précédée d'une secousse ruineuse du 7 mars à $0^h16^m49^s,7$ (t. m. Gr. à l'épicentre) dans la vallée de *Valandovo* (41°20′N, 22°35′ E. Gr.), suivie d'un grand nombre des secousses moins fortes, la grande catastrophe fracassa après un intervalle de 25,5 heures le 8 mars à $1^h50^m25^s,8$ et dura 12 secondes. Les communications avec la Grèce ont été interrompues pendant 24 heures à la suite de dégâts aux chemins de fer. Les rails en avaient baissé jusqu'à demi-mètre et furent froissés à 30-40^{cm} sur une longueur de 2^{km}. Les communications télégraphiques et téléphoniques ont été interrompues pendant quelques heures, par suite de la chute des supports fixés sur les maisons écroulées. Nombre de crevasses ont été ouvertes suivant la vallée de Vardar et de ruisseaux dans la zone pléistoséiste. Des jets d'eau souterraine jaillirent en divers endroits. Dans les environs du village Negorci s'élancèrent encore de grandes quantités d'eau thermale sulfureuse de 40°C. suivant une nouvelle dislocation. Nombre de sources ont été mises à sec, etc.

Mais les deux premières secousses violentes ne furent pas les seules. Elles furent suivies de beaucoup d'autres, moins violentes qui se répétaient presque chaque 2 ou 3 minutes. Les plus fortes eurent lieu le 8 mars : à $2^h11^m27^s,7$, — $2^h26^m51^s,0$, — $2^h39^m25^s,5$, — $5^h03^m16^s,0$, — $5^h13^m35^s,7$, — $6^h28^m46^s,9$. Les répliques ont provoqué d'autres dégâts dans les ruines déjà ouvertes. Pour comble de malheur des pluies abondantes arrosent les ruines et les habitants consternés se sont réfugiés en plein air sans abris. Le Vardar et ses affluents ont débordé aggravant la misère.

Les bruits souterrains ont été très forts et très fréquents, ressemblant aux explosions de grenades. Même aujourd'hui on y entend encore des canonnades produisant l'impression de rafales du feu d'artillerie souterraine. Il y est impossible d'énumérer tout les bruits qui sont presque permanents.

Le nombre de secousses varie d'un jour à l'autre de 80 à 220. La terre tremble encore là-bas.

Situation géologique du pléistoséiste. — La vallée de Valandovo est une fosse (Graben) enfoncée entre deux grandes dislocations du Nord et du Sud, dans les roches cristallines des gneiss sédimentaires et des gneiss éruptifs, cassés par les éruptions des granits et des diabases et serpentins. Même entre deux autres grandes dislocations limitées à l'Ouest par des grandes masses des diabases et des serpentins coulées pendant le temps jurassique supérieur; à l'Est par les calcaires et marbres paléozoïques, des gneiss sédimentaires et éruptifs. La même situation suit les deux côtés du Vardar vers le Sud. La fosse même est formée de jeunes sédimentations diluviales et récentes.

Conclusions sur l'effet séismique. — D'après mes recherches dans toute la zone épicentrale et d'après les calculs des séismogrammes faits à l'Institut séismologique de Beograd, nous sommes porté aux conclusions suivantes :

1° La profondeur du foyer correspond au mieux à la valeur de 45^{km}. Vitesse moyenne des ondes primaires = 7,95 km/sec. Les volumes des blocs séismogènes comportent : pour le pléistoséiste du 7 mars, 3195^{km^3}. L'énergie calculée du premier bloc séismogène est de 460 milliards de kilogrammètres, c'est-à-dire à 6 trillions de H. P.

2° La fosse tectonique de Valandovo, formée du matériel émis, a servi comme pléistoséiste à la grande catastrophe et est exposé à la pression constante de la part des masses granitiques mobiles de l'Est (montagnes Belasica et Blaguša) et en même temps à la résistance correspondante des masses diabasiques de l'Ouest (montagnes Marianska) englobant la surface de 71^{km^2}.

3° Relâchées d'une telle manière, les masses granitiques de l'Est, pour rétablir leur premier état de stabilisation, ont donné un coup désastreux vers l'Ouest et vers le Sud-Ouest le 8 mars à $14^h 50^m 25^s,8$. Le bloc de Valandovo, déjà mis en mouvement le 7 mars, s'est avancé provoquant le mouvement destructeur d'un autre bloc, son voisin au Sud. Ainsi les deux blocs ont servi comme pléistoséiste à la grande catastrophe suivant les lignes de leur circonférence d'une surface totale de 335^{km^2}.

4° Les relâchements des grands blocs éruptifs ont provoqué, par une impulsion naturelle, les changements d'équilibre aux autres blocs séismogènes environnants. Le chancellement de la stabilité d'un grand nombre de blocs grands et petits a produit les ruines moins sévères des habitations sur une grande surface de $11\,500^{km^2}$.

5° Il faut chercher l'initiative de ces grands mouvements dans l'action

progressive de démembrement de la vieille masse du système du Rhodope. Comme nous l'avons indiqué antérieurement, le fractionnement de cette masse se continue et leurs blocs se meuvent encore.

a. Le 5 juillet 1902, une catastrophe au nord de Salonique, à *Langada* (40°3′N, 20°3′E), accuse la pression de la part des grands blocs de Rhodope vers le Sud;

b. Le 4 avril 1904, grande catastrophe dans le Kresna défilé, à *Džumaja* (42°8′N, 23°5′E), montre l'influence de Rhodope vers l'Ouest;

c. Le 9 août 1902, séismes destructeurs sur la mer de Marmara, à *Ganohora* (40°44′N, 27°20′E), produits par le mouvement de Rhodope vers le Sud-Est;

d. Les 14 et 18 avril 1928, les téléséismes destructeurs en Bulgarie, à *Duvandža-Papazli* (42°9′N, 24°50′E), indiquent la pression vers le Nord;

e. Enfin les dernières catastrophes de mars 1931 dans la vallée de *Valandovo* (41°20′N, 22°35′E) accusent bien net la pression du Rhodope vers le Sud-Ouest.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la caryocinèse somatique du* Bolbostemma paniculatum *Franquet*. Note [1] de MM. **A. Eichhorn** et **R. Franquet**, présentée par M. Molliard.

Comme l'un de nous l'a montré récemment [2], on peut admettre que les deux opinions soutenues au sujet de l'aspect présenté, sur le vivant, par les noyaux à l'état quiescent ou en interphase, à savoir, d'une part, qu'ils sont porteurs d'un fin reticulum granuleux ou, d'autre part, qu'ils sont optiquement vides, sont, suivant les cas, également fondées. L'existence incontestable d'un réseau chez un grand nombre de noyaux d'Angiospermes, comme de Gymnospermes, explique l'apparence structurée de nombre de ces éléments. On connaît par contre un certain nombre de végétaux chez lesquels les noyaux ne possèdent pas de reticulum et à l'intérieur desquels on ne parvient à distinguer, *in vivo*, qu'un unique nucléole de forme sphérique, central le plus généralement, et assez volumineux. A vrai dire il est possible, dans ces derniers cas, de constater, après fixation, la présence, à

(1) Séance du 16 mars 1931.

(2) A. Eichhorn, *Sur la notion de prochromosomes et de chromocentres* (*C. R. Soc. Biol.*, **104**, 1930, p. 854) et *Aperçus sur le noyau à l'état quiescent* (*Rev. gén. Bot.*, **42**, 1930, p. 449.

l'intérieur de la cavité nucléaire, de petits corps ovoïdes, placés tout contre la membrane, et dont l'exiguïté seule fait qu'ils ne peuvent être que difficilement discernés lors d'une observation vitale. L'étude du cycle évolutif de ces formations paraît autoriser à penser qu'elles ne sont autre chose que les chromosomes, persistant au delà de la mitose, et subsistant dans le noyau au repos. Ils répondent à la définition des prochromosomes et peuvent être considérés comme tels.

Par ailleurs il est aisé de constater que, si les noyaux porteurs d'un réseau possèdent des chromosomes de grande taille, ceux qui apparaissent optiquement vides (*Cucurbita*, *Phaseolus*, *Solanum*) en possèdent de très petits. Une confirmation de ces faits nous sera fournie par l'étude de la caryocinèse somatique d'une Cucurbitacée de Chine : *Bolbostemma paniculatum* Franquet ([1]).

A l'observation vitale les noyaux de cette plante apparaissent dépourvus de toute structure, et l'on ne peut reconnaître, à l'intérieur de la membrane, et baignant dans l'enchylème nucléaire, qu'un nucléole unique, arrondi et fortement réfringent. Si l'on procède à la fixation sous l'objectif, par passage d'un liquide fixateur entre lame et lamelle, on ne tarde pas à voir apparaître, à la périphérie du noyau, de petits corps, de taille sensiblement comparable, et dont il sera possible de suivre l'évolution sur préparations. D'autre part, si l'on utilise, au lieu du mélange fixateur, une solution assez concentrée de bleu de méthylène, on voit, après un certain temps, apparaître les mêmes corpuscules, faiblement colorés en bleu vert (*a*). On retrouve ces formations quand on examine des coupes de méristèmes radiculaires fixés, au liquide de Helly par exemple, et colorées à l'hématoxyline ferrique, suivant la technique usuelle. Quelle que soit la méthode employée les images sont semblables, plus nettes cependant dans cs dernier cas, qui permet de suivre la caryocinèse dans son ensemble.

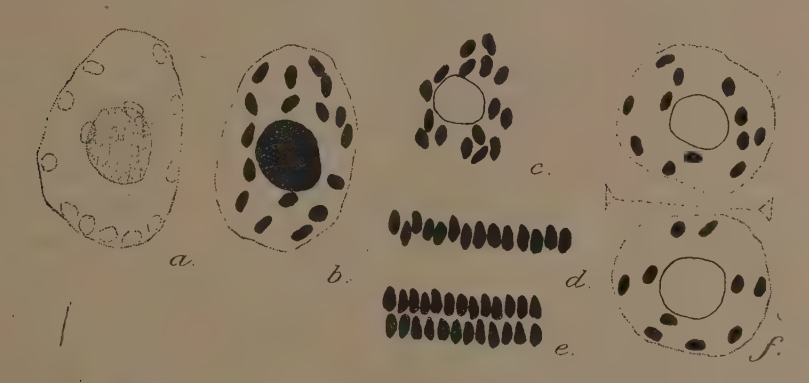
Si l'on part du noyau interphasique, pourvu comme nous venons de le voir d'un volumineux nucléole et d'un certain nombre de prochromosomes, on constate que ceux-ci quittent, à la prophase, la périphérie (*b*) et, se rap-

---

([1]) Cette plante est remarquable du point de vue physiologique par la richesse de ses bulbes en maltose, sucre présent chez très peu de végétaux [Cf. R. Franquet, L'Actinostemma paniculatum *Maxim ex-Cagniaux doit constituer un genre nouveau de Cucurbitacées* (*Bull. Muséum*, 2e série, 2, 1930, p. 324-328), et H. Colin et R. Franquet, *Une nouvelle plante à maltose*, Schizopepon Fargesii *Gagnepain* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 890)].

prochant les uns des autres, gagnent le centre pour finir par se grouper autour du nucléole (*c*) qui, lui, n'a ni bougé, ni modifié son aspect. Ce nucléole persistera parfois assez tard, ou disparaîtra soit brusquement, soit par fonte progressive, sans que les chromosomes ne lui aient emprunté manifestement une partie de leur substance.

On voit, ensuite, les chromosomes se ranger en plaque équatoriale. En vue latérale, ils apparaissent, étant donnée la régularité avec laquelle ils se placent côte à côte, sous forme d'une ligne presque droite (*d*); en vue



polaire, ils réalisent une véritable plaque. Bientôt la division de ces éléments s'opère (*e*) et l'on constate la formation de deux couronnes anaphasiques qui émigrent lentement, chacune respectivement vers un pôle. Jusqu'ici les chromosomes sont toujours demeurés parfaitement individualisés. A la télophase ils semblent se tasser quelque peu, mais ils ne se confondent pas et ne tardent pas à s'écarter les uns des autres, cependant que par places, apparaissent plusieurs petits nucléoles, dont la fusion redonnera le gros nucléole unique du noyau au repos. Les chromosomes gagnent alors la périphérie du noyau, où ils séjourneront, sous l'aspect de prochromosomes jusqu'à la mitose suivante (*f*).

En résumé, chez le *Bolbostemma paniculatum*, qui offre un nouvel exemple de noyaux possédant uniquement des chromosomes de petite taille, on peut admettre l'existence de prochromosomes réels, fournissant directement les chromosomes au moment de la mitose, ceux-ci redonnant à leur tour des prochromosomes à l'interphase. Le noyau quiescent apparaît optiquement vide et cela s'explique par ce qui a été dit plus haut. Le nucléole ne semble jouer ici encore aucun rôle apparent dans la cinèse. Nul fuseau fibrillaire ne peut être mis en évidence.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sécrétion par le méristème caulinaire de* Cuscuta epithymum *de substances nocives pour les tissus des hôtes.* Note de MM. **Maurice Hocquette** et **L. Arsigny**, présentée par M. Blaringhem.

Au cours de recherches sur le parasitisme de *Cuscuta epithymum* L. var. *Trifolii* (Bab. et Gibs.) Trab., nous avons remarqué que lorsque le bourgeon terminal d'une tige de Cuscute entre en contact avec des tissus de Luzerne, ceux-ci sont le siège d'altérations plus ou moins profondes. Ces phénomènes ne se produisent que dans les cas de contact au cours d'une période de croissance rectiligne, c'est-à-dire de non-irritabilité de la tige de Cuscute. Pendant les périodes d'irritabilité, lorsque la tige croît en spires serrées, et bien que son sommet puisse se trouver étroitement appliqué contre un organe de la plante-hôte, le contact prolongé entre l'épiderme de cet organe et le bourgeon terminal est rendu impossible par suite de l'allongement des éléments épidermiques (prehaustorium) immédiatement en arrière de celui-ci.

Les modifications pathologiques cellulaires que nous avons pu constater dans le premier cas sont vraisemblablement le résultat de l'action de substances chimiques sécrétées par les tissus jeunes; nos observations se rapportent à la membrane et au noyau.

L'action de la sécrétion se manifeste d'abord sur l'assise épidermique de Luzerne et se traduit par un gonflement des parois cellulosiques; la zone cutinisée de la membrane externe des éléments épidermiques offre plus de résistance et morphologiquement reste intacte assez longtemps. Les modifications chimiques qui interviennent dans la nature de la membrane aboutissent à une sorte de gélification et la membrane altérée présente une grande affinité pour les colorants basiques. Avec le gonflement on observe souvent des délaminations qui donnent lieu à des aspects particuliers. L'altération gagne rapidement les couches corticales sous-jacentes; en même temps les assises externes de plus en plus attaquées s'affaissent; leur contenu cellulaire disparaît, les éléments sont écrasés et l'on n'observe plus alors, à la périphérie des organes atteints, qu'une couche informe extrêmement chromophile.

Le noyau, normalement arrondi ou ovale, après s'être légèrement gonflé subit bientôt des modifications profondes. Dans l'enchylème nucléaire apparaissent d'abord de fines granulations chromatiques qui se teintent en

gris par l'hématoxyline après régression normale; les granules deviennent de plus en plus importants et nombreux, en même temps qu'ils se colorent davantage, et acquièrent finalement la taille des caryosomes qui existent dans un noyau quiescent normal. Le noyau se déforme, s'allonge, prend souvent la forme d'un boudin et le contact nucléo-cytoplasmique s'estompe. Finalement les granulations chromatiques sont dispersées dans le cytoplasme et le noyau disparaît complètement. Ces modifications pathologiques et ce mode de disparition du noyau correspondent exactement au processus de dégénérescence désigné sous le nom de *Caryorhexis*.

Les effets de la sécrétion s'observent sur une étendue de 1^{mm} à $1^{mm},5$ dans le plan perpendiculaire à la direction de croissance et parallèlement à l'épiderme de l'organe atteint; c'est au déplacement du bourgeon en rapport avec la circumnutation de l'extrémité de la tige ou du rameau qu'il faut attribuer, sur cette largeur, l'action de la sécrétion plus qu'à la diffusion. Celle-ci en effet ne paraît s'effectuer dans l'épaisseur de l'organe que sur une profondeur maximum de 60-110$^{\mu}$. Nous avons essayé de délimiter l'étendue de la région active. Celle-ci comprend approximativement toute la hauteur du méristème, depuis le sommet ou un peu plus bas (à 10 ou 15$^{\mu}$ environ des éléments extrêmes) jusqu'à la région de différenciation cellulaire qui se trouve en général située à $0^{mm},3$ ou $0^{mm},4$ comptés à partir de l'extrémité; mais il est difficile de fixer exactement le niveau où l'activité devient nulle par suite de la croissance et du déplacement du point végétatif.

D'autre part, dans le cas de contact avec la tige de Luzerne d'une tige de Cuscute en période de croissance rectiligne, alors que la croissance se poursuit sans montrer de tendance à la volubilité, nous avons pu constater qu'il n'y a aucune modification morphologique des cellules épidermiques de Cuscute (prehaustorium) ni aucun développement de suçoir (haustorium). Au contraire la différenciation du prehaustorium et de l'haustorium se fait très rapidement pendant les périodes de croissance de la Cuscute en spires serrées.

En résumé, les cellules du méristème caulinaire de *Cuscuta* sécrètent des substances capables d'altérer les tissus étrangers avec lesquels elles entrent en contact. L'effet de cette sécrétion se traduit par des modifications chimiques de la membrane, par la désagrégation du noyau, par l'altération totale du contenu cellulaire accompagnée d'un affaissement de la cavité cellulaire, enfin par la destruction plus ou moins complète des cellules. La sécrétion des substances nocives n'est donc pas une fonction uniquement

localisée dans des organes particuliers, les suçoirs, ou dans certaines cellules des suçoirs; les tissus méristématiques possèdent un pouvoir sécréteur analogue et élaborent des subtances apparemment identiques à celles des suçoirs.

Notons enfin l'existence de périodes de contact rectiligne de l'extrémité d'une tige de Cuscute avec un organe de Luzerne; cette remarque vient à l'appui de notions déjà acquises sur l'irritabilité périodique de ces tiges; nous avons constaté qu'en dehors des périodes où l'extrémité d'une tige est irritable le contact ne provoque ni la volubilité ni la formation des suçoirs (prehaustorium et haustorium).

CHIMIE AGRICOLE. — *Recherches biochimiques sur la terre arable.* Note [1] de MM. **Alb. J. J. Van de Velde**, **A. Verbelen** et **L. Dekoker.**

Poursuivant nos recherches [2] sur la terre arable à propos des cultures de houblon de la région de Poperinghe, et de cultures diverses entreprises à la ferme de l'État belge à Melle, nous avons fait une série de déterminations de concentration en hydrions ainsi que du pouvoir adsorbant pour trois colorants, le vert de méthyle, le violet de méthyle, le bleu de méthylène, pour le lait centrifugé. Nous avons ainsi appliqué les méthodes étudiées préalablement sur 4 terres à l'examen de 38 terres différentes.

Nous avons en outre établi pour chacune de ces terres trois facteurs : la valeur acide volumétrique, la valeur alcaline volumétrique, ainsi que la valeur volumétrique d'adsorption.

La valeur acide volumétrique s'obtient en traitant 5^{g} de terre par 40^{cm^3} d'eau distillée et 10^{cm^3} d'acide sulfurique ou chlorhydrique $n/10$; les fioles soigneusement bouchées sont agitées chaque heure pendant 9 heures et puis abandonnées au repos pendant 15 heures. Nous décantons alors 25^{cm^3} du liquide de décantation et titrons avec de la soude $n/10$ en employant la phénolphtaléine comme indicateur; le résultat ramené à 50^{cm^3} de liquide total est retranché de 10; la différence qui représente l'acide retenu par la terre et exprimée en centimètres cubes $n/10$ est la valeur cherchée. La valeur alcaline volumétrique s'obtient exactement de la même manière, mais il faut naturellement traiter la terre par de l'hydroxyde de sodium, et faire le titrage volumétrique par l'acide sulfurique.

---

(1) Séance du 16 mars 1931.

(2) *Comptes rendus*, 1930, **190**, p. 977; **191**, p. 152.

L'acide chlorhydrique donne sensiblement les mêmes résultats que l'acide sulfurique à la condition d'opérer toujours de la même manière. Avec l'acide acétique $n/10$ employé au lieu d'acide chlorhydrique, la valeur acide est beaucoup plus faible. Cette diminution peut s'expliquer par une différence d'adsorption par le sol, les anions chlorhydriques et sulfuriques étant plus fortement adsorbés que les anions acétiques; la différence entre les valeurs obtenues peut alors servir pour mesurer l'aptitude adsorptive de la terre. Nous avons appelé cette différence la valeur volumétrique d'adsorption.

Nous avons reconnu que les variations de la valeur acide volumétrique et la valeur volumétrique d'adsorption suivent sensiblement celles que nous obtenons en employant les matières colorantes ou le lait centrifugé, et que ces valeurs d'adsorption augmentent à mesure que la concentration des hydrions diminue, en s'élevant au-dessus de 7,07. La valeur alcaline volumétrique se meut généralement en sens inverse de la valeur acide correspondante; nous ne pouvons pas en ce moment en expliquer le mécanisme.

L'emploi des colorants et du lait centrifugé conduit, pour les 38 terres examinées, comme pour notre valeur volumétrique d'adsorption, à des valeurs d'adsorption qui augmentent lorsque le coefficient p devient plus élevé.

Le détail des résultats que nous avons obtenus sera publié ultérieurement dans un autre Recueil.

ANATOMIE. — *Recherches anatomiques relatives à la séparation du sang veineux et du sang artériel dans le cœur de la Grenouille.* Note [1] de M. **Acolat**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Cette étude est basée sur des coupes en série dans des cœurs de Grenouille fixés en position les uns de diastole, les autres de systole.

Le réseau aréolaire de la paroi des oreillettes, décrit par Sabatier (1873), semble trop délicat pour projeter le sang rapidement et avec précision dans telle ou telle partie du ventricule. La séparation du sang veineux et du sang artériel, lors de leur passage des oreillettes dans le ventricule par l'orifice auriculo-ventriculaire commun, paraît assurée par la cloison inter-

---

(1) Séance du 2 mars 1931.

auriculaire. La figure I représente la section transversale de la base du ventricule en diastole et montre dans la chambre centrale, entre les deux



Fig. I

grandes valvules auriculo-ventriculaires écartées, la section de cette cloison. La figure II, où le ventricule est contracté, ne la présente pas, même à un



Fig. II

niveau légèrement supérieur. Le fonctionnement du cœur sur l'animal vivant permet de comprendre ce qui se passe : les oreillettes se contractent et pénètrent en même temps dans le ventricule dilaté par l'arrivée du sang : or la cloison interauriculaire, qui forme pont par-dessus l'orifice auriculo-ventriculaire, est entraînée dans le mouvement de pénétration ; elle vient alors diviser cet orifice et même, plus bas, la chambre centrale du ventricule ; les deux courants sanguins se trouvent ainsi séparés jusqu'à proximité des aréoles ventriculaires.

D'autre part, l'oreillette droite présente une capacité environ trois fois plus grande que celle de la gauche, ce qui est d'ailleurs en rapport avec l'importance relative de leurs sources d'alimentation. Aussi les circulations générale et pulmo-cutanée ne peuvent être régulières que si une partie du sang veineux, probablement mélangé à une faible quantité de sang artériel, passe dans la grande circulation. La forme et la structure du ventricule ne paraissent pas favoriser le mélange : l'aplatissement dorso-ventral et même l'existence de deux dépressions A et B (*fig.* I) diminuent la surface de con-

tact des sangs; de plus, le plan mené par A et B passe par la cloison interauriculaire et divise le ventricule en deux parties de capacités et de constitutions différentes, en rapport précisément avec chacune des deux oreillettes. Par suite le sang veineux, plus abondant, trouve l'espace nécessaire dans la région droite plus grande, avec la chambre centrale, tandis que le sang artériel est emprisonné dans les aréoles de la région gauche ; ainsi le mélange des sangs est évité aussi bien que possible.

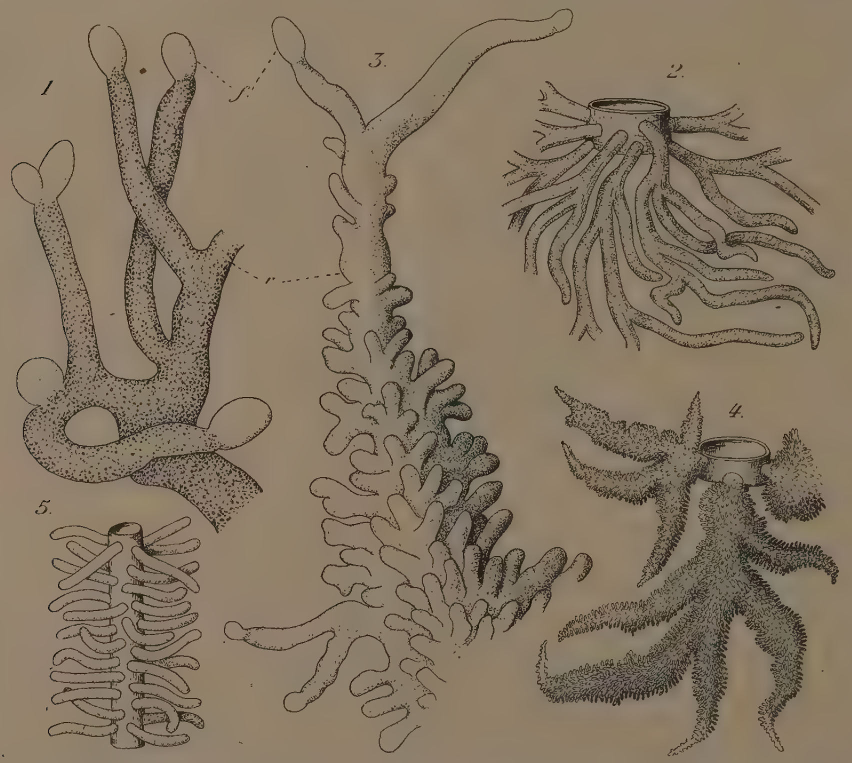
L'embouchure du bulbe, en forme de fer à cheval, munie de trois valvules, se trouve à droite en rapport avec la chambre centrale et n'est pas divisée tout d'abord. Bientôt apparaît la valvule spirale qui partage incomplètement le bulbe en deux rampes, la rampe aortique et la rampe pulmonaire pourvue à l'entrée de deux valvules. Cette dernière n'est donc pas en communication directe avec le ventricule, mais peut recevoir du sang de la rampe aortique, tant que la contraction du bulbe n'a pas amené sa paroi au contact du bord libre de la valvule spirale, c'est-à-dire jusque vers la fin de la systole ventriculaire. Dans ces conditions, les ondes veineuses et artérielles ne peuvent arriver en même temps dans le bulbe, comme l'a signalé Ozorio de Almeida (1923) chez les grosses grenouilles sud-américaines (*Leptodactylus ocellatus*) et il apparaît que la séparation des sangs artériel et veineux dans le bulbe ne semble réalisée que d'une façon imparfaite.

ZOOLOGIE. — *Sur les racines des Rhizocéphales parasites des Pagures.* Note de M. **Charles Pérez**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les auteurs qui se sont occupés de l'anatomie ou de la classification des Rhizocéphales ont surtout porté leur attention sur la masse viscérale : la configuration et la topographie relative des organes ont suffi à établir de bonnes coupures systématiques; l'appareil radiculaire a plutôt été négligé. Disposant de matériel vivant, je me suis au contraire attaché, pour les divers Rhizocéphales parasites des Pagures, à pratiquer sur le frais des préparations aussi poussées et aussi complètes que possible du système des racines. La technique consiste essentiellement à enlever peu à peu tous les viscères et le tissu conjonctif de l'hôte et à ne laisser en place que les racines du parasite. Exécutées entièrement sous le binoculaire, ces dissections sont longues et pénibles; mais l'intérêt des résultats obtenus dédommage de la fatigue qu'ils ont coûtée.

Chez les *Peltogaster* proprement dits (*P. paguri*) le pédicule de la masse

viscérale s'insère en T sur un tube radiculaire principal, orienté longitudinalement par rapport à l'hôte, qui s'épuise vers l'avant du céphalothorax en un système lâche de racines grêles, irrégulièrement rameuses, et donne insertion dans l'abdomen à un chevelu très dense de racines filiformes bien calibrées, insinuées entre les tubes du foie. Ces racines naissent à angle



1. Racines thoraciques du *Peltogaster paguri* : *r*, racines vertes; *f*, follicule incolore. — 2. Type de ramification de l'axe abdominal des racines. — 3. Extrémité d'une racine de *Septosaccus cuenoti*. — 4. Type de ramification de l'axe abdominal des racines. — 5. *Chlorogaster sulcatus*, type de ramification de l'axe abdominal des racines.

droit sur l'axe principal; elles ne présentent qu'un petit nombre de bifurcations, au voisinage de leur point de départ, et se continuent ensuite en tubes simples sans aucune ramification (*fig.* 2). Dans la région antérieure de l'abdomen et la région postérieure du thorax, il y a passage graduel de ce type de racines à celui qui caractérise les ramifications antérieures.

Le liquide cavitaire du *Peltogaster* est d'un rouge vineux; mais il est peu

abondant en dehors des grosses lacunes de la masse viscérale; aussi les racines sont-elles en général sur toute leur étendue d'un vert intense, couleur due à de petits grains d'un vert émeraude qui parsèment le cytoplasme des cellules de la paroi. Il faut toutefois signaler que, dans la partie antérieure de l'abdomen et dans le thorax, les racines portent, soit latéralement sur leur trajet, soit à leur extrémité, comme de petits glands sans cupules, follicules épithéliaux pleins entièrement incolores (*fig.* 1); tout au plus les forts grossissements permettent-ils de distinguer, au voisinage de leur base, quelques minimes corpuscules verts.

Dans le genre *Septosaccus* (*S. cuenoti*), le système radiculaire a, dans l'ensemble, une disposition générale analogue, mais le détail est très différent. Les ramifications émises dans l'abdomen par l'axe principal portent ici, avec une profusion extrême, un revêtement touffu de courtes ramifications (*fig.* 4); elles ressemblent à de petites sapinettes insinuées entre les tubes du foie. Ces arborescences sont le plus souvent très turgescentes, gonflées par le liquide cavitaire qu'elles contiennent, tandis que leur paroi propre distendue ne forme plus qu'une pellicule autour du gonflement de la lacune axiale. La couleur verte, caractéristique des tissus, s'éclaircit alors jusqu'à s'évanouir en laissant transparaître celle du sang; suivant les inégalités de turgescence, les racines apparaissent ainsi d'une teinte qui tire tantôt sur le rouge, tantôt sur le vert. Dans la région antérieure de l'abdomen on passe progressivement à des racines à ramifications secondaires moins touffues et finalement dans le thorax à des racines filamenteuses entièrement vertes et irrégulièrement ramifiées. On y observe aussi quelques rameaux se terminant par des follicules incolores (*fig.* 3).

Enfin, chez les *Chlorogaster* (*C. sulcatus*), caractérisés par la présence de sacs viscéraux multiples, à chaque sac externe correspond un système individuel de racines, qui, dans l'abdomen tout au moins, est bien manifestement indépendant. Ce système est constitué par un tube principal flexueux, qui chemine entre les viscères sans jamais se ramifier et émet sur tout son trajet de courtes digitations transversales (*fig.* 5), qui, elles non plus, ne se ramifient jamais; ainsi se réalise l'aspect d'un très long goupillon. Ces racines ne sont jamais vertes, elles sont incolores ou plus ou moins jaunes suivant le stade évolutif. En avant de son raccord à angle droit avec le pédicule du sac viscéral, l'axe principal se prolonge par un tube hyalin, dont le calibre diminue peu à peu, qui émet quelques ramifications irrégulières et se perd finalement dans un système très rameux de racines feutrées autour du début de l'intestin. Je réserverai provisoirement

la question de savoir s'il y a ou non dans cette région indépendance des racines correspondant aux divers sacs viscéraux simultanés.

Les racines sont, on le voit, susceptibles de fournir des caractères distinctifs aussi tranchés que ceux de la masse viscérale.

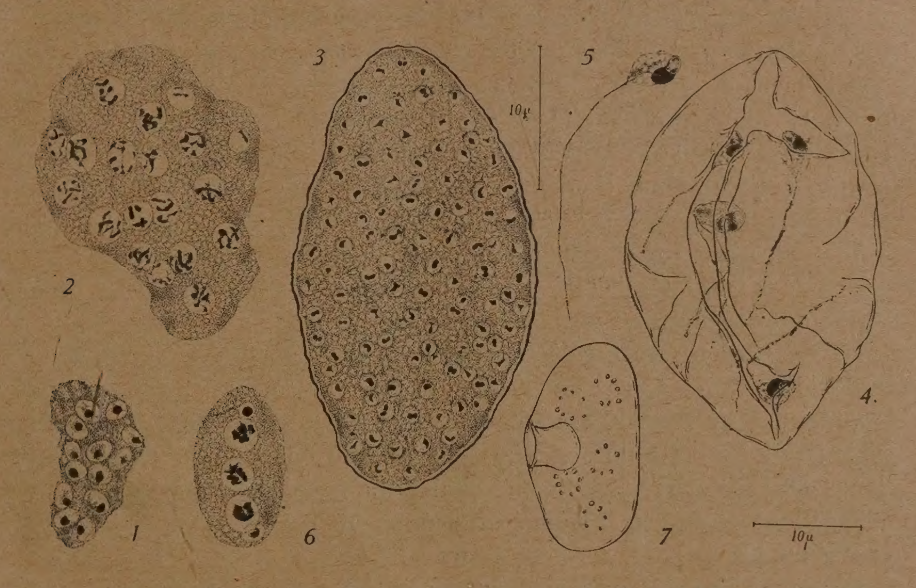
PROTISTOLOGIE. — *Sur l'évolution des* Endoblastidium, *nouveau genre de Protiste parasite cœlomique des larves d'Éphémères.* Note de M. **Radu Codreanu**, présentée par M. M. Caullery.

Les larves de *Baëtis rhodani* (Pict.) des torrents des environs de la Station zoologique de Sinaïa (Carpathes méridionales, Roumanie) offrent, pendant les mois de septembre-novembre, un pourcentage assez élevé d'individus parasités par un organisme appartenant aux Chytridinées, que j'appellerai *Endoblastidium caulleryi* n. gen., n. sp. Je suis amené à distinguer, chez les larves de *Rhithrogena semicolorata* (Curt.), de la même provenance, une seconde espèce du genre, sous le nom d'*Endoblastidium legeri* n. sp. Dès les plus jeunes stades observés, l'infection est cœlomique; elle se généralise de bonne heure à tout le corps de l'hôte; l'évolution des parasites se déroule d'une manière synchrone à l'intérieur de la même larve.

Chez *Baëtis*, une partie des parasites jeunes se trouve à l'état de plasmodes ovalaires, transportés par le sang dans tous les espaces cœlomiques du corps. Mais la plupart d'entre eux sont déjà groupés autour des nappes adipeuses, se moulent sur elles et pénètrent dans leurs interstices. Ces plasmodes mesurent 12-18$^{\mu}$ et présentent plusieurs noyaux vésiculeux, à un seul gros karyosome, logés dans un cytoplasme très basophile (*fig.* 1). Désormais, les parasites poursuivent leur croissance dans l'hôte, intimement appliqués au tissu adipeux, qui disparaît graduellement par réduction des enclaves graisseuses. A un stade plus avancé, les plasmodes agrandis, tassés les uns contre les autres, arrivent à combler la cavité générale de la larve et sont refoulés jusque dans les pieds, les trachéobranchies et les cerques. Leurs noyaux, dépourvus de membrane nette, augmentent de volume et renferment des filaments chromatiques distincts (*fig.* 2). *In vivo*, ils apparaissent comme autant d'aréoles claires, bordées par des inclusions réfringentes, disposées en cercle.

Au terme de leur développement, les plasmodes se ramassent, s'entourent chacun d'une membrane de sécrétion propre et constituent ainsi les sporanges, passivement mobiles dans le cœlome. De pair avec la

formation des sporanges, le corps de l'hôte devient blanchâtre, progressivement opaque et distendu. Leur accumulation considérable et peut-être aussi l'écartement que l'existence de la membrane introduit entre eux déterminent, à l'intérieur de la larve, une pression croissante, qui amène finalement la rupture de la paroi rectale de l'Éphémère et la projection en masse des sporanges par l'anus, dans l'eau ambiante. Les



contractions musculaires de l'hôte achèvent l'expulsion des parasites à l'extérieur. A ce moment les sporanges mesurent 30-50$^{\mu}$ et ont pour la plupart une forme ellipsoïdale. Sous l'enveloppe épaisse, le cytoplasme basophile contient quelques centaines de petits noyaux vésiculeux, dont la chromatine est condensée en virgule ou diplocoque (*fig.* 3). En moins de 24 heures de contact avec l'eau, se produit la déhiscence des sporanges; elle s'accomplit suivant une fente méridienne principale, accompagnée de quelques petites déchirures latérales (*fig.* 4). De l'intérieur, s'échappent une multitude de zoospores, à corps ovalaires, de 4-5$^{\mu}$ pourvues d'un flagellum postérieur dans la progression, pouvant atteindre 20$^{\mu}$ environ. Elles présentent un noyau latéral compact, surmonté toujours d'un corpuscule apical (*fig.* 5). Sur le vivant quelques granulations réfringentes sont visibles dans le cytoplasme. Après l'évacuation des parasites, la larve, réduite à une dépouille flétrie, ne tarde pas à succomber. Un certain

nombre de sporanges restés à son intérieur et l'anus largement évasé témoignent encore de l'infection, dont elle a été le siège. L'*Endoblastidium* exerce dès le début une action inhibitrice sur la croissance de l'Éphémère parasitée; les ébauches alaires restent courtes et minces; l'évolution des gonades est arrêtée à un stade précoce. Les amibocytes de l'hôte ne semblent pas s'attaquer aux plasmodes normaux du parasite; seuls, de rares sporanges dégénérés se trouvent englobés dans des nodules leucocytaires.

L'évolution de l'*Endoblastidium* de *Rhithrogena* est superposable à celle que je viens de décrire pour le parasite de *Baëtis*. Il n'y a que des différences morphologiques à relever. Les plasmodes adultes de l'*Endoblastidium legeri* n. sp. sont de taille relativement petite, à nombre restreint de noyaux (*fig.* 6). Ils deviennent des sporanges généralement ellipsoïdaux, ne mesurant que 20-25$^{\mu}$ et se reconnaissant tous, dès le début de leur formation, à une invagination cylindrique, étroite de leur enveloppe, au milieu de la face latérale (*fig.* 7). La déhiscence des sporanges et la constitution des flagellispores restent inconnues.

En conclusion, les *Endoblastidium* n. gen., parasites cœlomiques des larves d'Éphémères, se caractérisent par des plasmodes, à longue phase trophique au niveau du tissu adipeux de leurs hôtes; leurs sporanges ellipsoïdaux, d'origine holocarpique, à membrane consistante, éliminés par l'anus des Éphémères, aboutissent dans l'eau, à la formation des zoospores à flagellum postérieur unique. L'infection est massive et mortelle, sans exception.

Ces caractères indiquent une parenté étroite entre les *Endoblastidium* et *Cœlomycidium simulii*, Debaisieux, 1919 [1], Chytridinée parasite de la cavité générale des larves de *Simulium* de Belgique et d'Amérique (Strickland, 1913). Leurs sporanges holocarpiques et les zoospores à flagellum postérieur rattachent nettement ces deux genres à la famille des *Olpidiaceæ* [2], parmi les Chrytridinées. Ils doivent cependant y constituer un groupement à part, à cause de leur parasitisme cavitaire et de l'absence des sporoductes dans la déhiscence de leurs sporanges. La séparation générique entre *Cœlomycidium* Debaisieux et *Endoblastidium* n. gen. repose (en dehors de leur parasitisme dans des ordres différents d'Insectes) sur les caractères suivants, propres à ce dernier : sporanges ellipsoïdaux de taille

---

(1) Debaisieux, *C. R. Soc. Biol.*, **82**, 1919, p. 899; *La Cellule*, **30**, 1920, p. 249.

(2) Gaumann et Dodge, *Comparative Morphology of Fungi*, 1928, p. 17; Fitzpatrick, *Phycomycetes*, 1930, p. 71.

maxima 50^{μ}, à membrane épaisse; différenciation des zoospores après l'expulsion dans l'eau.

Cœlomycidium et les *Endoblastidium* présentent des affinités plus lointaines avec les genres *Polycaryum* Stempell, 1901 (Stempell, 1901, 1902, 1903) et *Blastulidium* Ch. Pérez, 1903 (Ch. Pérez, 1903, 1905; Chatton, 1908), tous deux parasites des Phyllopodes d'eau douce et provisoirement annexés à la famille des *Cœlosporidiidæ* (Caullery et Mesnil, 1905).

PROTISTOLOGIE MÉDICALE. — *Les spirochètes d'une pleurésie enkystée, fétide et passagèrement gangréneuse.* Note de MM. **G. Delamare** et **C. Gatti**, présentée par M. H. Vincent.

Dans le pus, extrêmement fétide, d'une pleurésie de l'interlobe gauche observée chez un syphilitique ankylostomiasique, nous avons décelé une quantité considérable de spirochètes variés, accompagnés de quelques B. fusiformes, de nombreux cocci Gram positifs et négatifs, de streptocoques et de bacilles morphologiquement voisins du *B. coli* (1).

Parmi ces spirochètes figurent des spironèmes et des tréponèmes.

Les spironèmes sont nombreux (15 à 20 par champ). La plupart sont grands et gros; les plus longs atteignent 20^{μ}; leurs spires, lâches et irrégulières, sont en nombre assez variable; les ondulations, inconstantes sont toujours de grand rayon; on en compte une ou deux, rarement davantage; les extrémités sont mousses; l'absence de membrane ondulante est constante. Ils se colorent bien par la fuchsine diluée; le liquide de Giemsa les teint en bleu. Leur identification à *S. buccalis* s'impose. Quelques éléments grêles, peu ou pas spiralés et beaucoup moins colorables par la fuchsine diluée se classent non moins naturellement dans les variétés ondulées ou droites de *S. vincenti*. Les éléments du type *S. buccalis* se meuvent assez lentement par des mouvements hélicoïdaux et des ondulations, les uns et les autres discontinus.

Les tréponèmes, plus nombreux (30 à 40 par champ), sont de deux types. Ceux du premier type, de beaucoup les plus fréquents, sont assez épais et mesurent d'ordinaire 8 à 15^{μ} de long; leurs spires, peu profondes et pas très régulières, ne sont pas très serrées; les éléments de grande taille présentent une ou deux ondulations de faible rayons; l'une des extrémités est à peu près rectiligne et effilée, l'autre en crochet et obtuse. Ils prennent assez faiblement la fuchsine diluée et se colorent en violet rougeâtre par le liquide de Giemsa. Leurs déplacements s'effectuent par des mouvements hélicoïdaux et ondulatoires plus rapides et moins discontinus que ceux des spiro-

(1) Les crachats recueillis le même jour sont suppurés mais sans odeur; ils renferment d'innombrables B. fusiformes, de rarissimes spirochètes ainsi qu'un nombre élevé de germes Gram positifs et négatifs identiques à ceux du pus pleural.

nèmes. On les identifie sans difficulté à *T. dentium*. Quelques éléments de grande taille, à spires plus irrégulières et plus lâches correspondent non moins évidemment à *T. intermedium*.

Les tréponèmes du second type ne se rencontrent que de temps à autre, et seulement sur les préparations mordancées ou argentées. Très fins, ils ont 8 à 10 spires peu profondes, très régulières et très serrées. D'une remarquable rigidité, ils ne présentent pas d'ondulations ou en présentent une seule et de très petit rayon. Leurs extrémités sont d'ordinaire rectilignes ou à peine incurvées et pointues. Sur les frottis traités par le procédé de Fontana, la longueur de ces éléments est d'environ 8^{μ}, leur épaisseur de $0^{\mu},30$ alors que celle d'un *T. pallidum*-témoin n'excède pas, dans les mêmes conditions, $0^{\mu},25$. Les pas de spire, sensiblement identiques à ceux de *T. pallidum*, sont de $0^{\mu},7$ à 1^{μ}. La profondeur des spires est de $0^{\mu},5$ ou $0^{\mu},7$ tandis que celle des spires du même *pallidum* va de $0^{\mu},7$ à 1^{μ}. Ce tréponème qui se rencontre également dans la salive de sujets exempts de plaques muqueuses et dans l'expectoration de certaines bronchites sanglantes mérite, croyons-nous, d'être individualisé sous le nom de *T. rigidum*.

L'inoculation de quelques gouttes de pus spirochétifère dans la plèvre d'un singe et d'un cobaye et dans le testicule d'un lapin, est restée sans effets.

Les germes spiralés dont il vient d'être question se sont considérablement raréfiés dans le pus pleural et les B. fusiformes ont presque disparu de l'expectoration lorsque le malade a été soumis à une cure de 914 et à plusieurs cures d'émétine, mais les poussées fébriles et les vomiques fétides ont continué à se produire à intervalles plus ou moins irréguliers, pendant des mois. Le malade ayant finalement succombé à un phlegmon non fusospirochétien de la paroi thoraco-abdominale, on a pu constater que si la poche scissurale était exempte de fusospirochètes, *ces germes se trouvaient en abondance* avec des streptocoques et des cocci, *dans les petits foyers gangréneux du poumon malade*, à quelque distance de la scissure.

L'association fusospirochétienne dont les éléments constitutifs se sont séparés à la phase initiale, pleurobronchique, de l'infection s'est, on le voit, reconstituée à la phase terminale de celle-ci pour prendre part à la formation des nodules de nécrose bronchoalvéolaire, tardive et discrète, observés sur les coupes histologiques du poumon gauche, à quelque distance du foyer scissural et après la stérilisation apparente de celui-ci.

La séance est levée à 16^{h}.

E. P.